

УДК 539.3.43; 620.178.3

О.М. ЕЛОВОЙ, канд. техн. наук

Аппарат Совета Министров Республики Беларусь, Минск

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛИ МЕХАНИКИ ЛОКАЛЬНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ

На основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом рассмотрена методика определения локальной поврежденности сложно нагруженной механической системы. Приведен обобщенный расчет поврежденности такой системы при контактном взаимодействии. Показано значительное изменение опасных объемов и локальных повреждений за счет действия (влияния) силы трения

Ключевые слова: опасный объем, локальная поврежденность, контактное взаимодействие, моделирование напряженных состояний

Введение

Состояние трибофатической системы [1–3] в некотором ее элементарном объеме может оцениваться в соответствии с моделью деформируемого твердого тела с опасным объемом как поврежденное при достижении (в том числе одновременном) некоторыми компонентами тензора напряжений (деформаций) своих предельных значений. Множество таких элементарных объемов представляет собой в общем случае трехмерную область, называемую опасным объемом. Особое значение имеет изучение влияния соотношения контактных и неконтактных нагрузок на состояние поврежденности, т.е. величину и форму опасных объемов. Опасные объемы представляют собой интегральную характеристику поврежденности. С их помощью можно выделить поврежденную область твердого тела, особенности поврежденности которой (местонахождение ее максимальных значений, характер распределения) представляют собой предмет изучения механики локальных повреждений.

Напряженно-деформированное состояние при контактном взаимодействии

Определение поврежденности основано на предварительном расчете напряженно-деформированного состояния элементов трибофатической системы. Рассмотрим ее частный вид — контактную пару, для которой имеют место следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(c)}|_S &= p(F_c, S), \quad \sigma_{nt}^{(c)}|_S = q(F_c, S) = fp(F_c, S), \\ \sigma_{ij}^{(c)}|_{\rho \rightarrow \infty} &\rightarrow 0, \quad i, j = x, y, z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $S(x, y)$ — площадка контакта, F_c — контактная сила, p — распределение контактного давления, f — коэффициент трения, ρ — расстояние от центра контакта, $\sigma_{ij}^{(c)}$ — напряженное состояние при контакте, $n \perp S$, $t \parallel S$.

В случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями напряженное состояние каждого

из контактирующих тел может быть описано в соответствии со следующим общим соотношением [1–3]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(t)}, \quad (2)$$

где $\sigma_{ij}^{(n)}$, $\sigma_{ij}^{(t)}$ — напряжения, обусловленные соответственно нормальной $p(x, y)$ и касательной нагрузками $q(x, y)$.

Поскольку в типичных трибофатических системах модели взаимодействующих тел (ролик/вал, ролик/кольцо, вал/втулка) в области контакта ограничены поверхностями второго порядка [1–3], то в данном случае площадка контакта $S(x, y)$ имеет форму эллипса, а нормальные давления на площадке контакта распределены по эллиптическому закону $p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2 - y^2/b^2}$ (p_0 — максимальное давление в центре контакта, a и b — полуоси эллипса) [4, 5] (рисунок 1). В некоторых трибофатических системах, например ролик/вкладыш, могут быть реализованы другие типы контакта (в частности, конформного), однако постановка задачи (1) и общий метод решения (2) применимы и в таких случаях.

Расчет напряжений $\sigma_{ij}^{(hs)}$ в любой точке $M(x, y, z)$ полупространства при действии на поверхность нормаль-

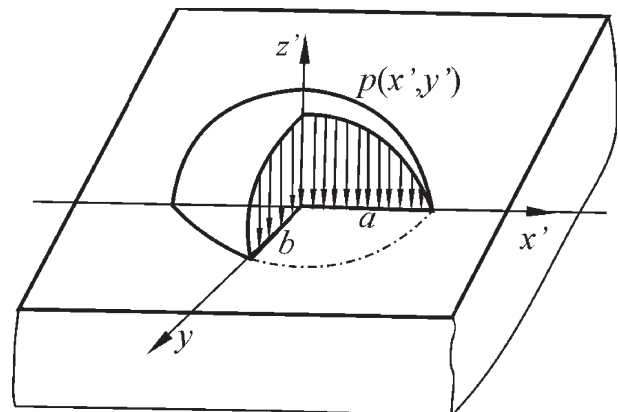


Рисунок 1 — Расчетная схема контактного взаимодействия

ных контактных давлений $p(x, y)$ проводится численными методами с использованием функций влияния $G_{ij}^{(B)}$ из фундаментального решения задачи Буссинеска [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(hs)}(x, y, z) &= \\ &= \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) G_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (3)$$

Расчет напряженного состояния $\sigma_{ij}^{(\tau)}$, вызванного действием силы трения, которая моделируется распределением касательных усилий $q(x, y)$, также выполняется численными методами с использованием функций влияния $G_{ij}^{(C)}$ из решения задачи Черрути для действия сосредоточенной касательной силы на полупространство [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(\tau)}(x, y, z) &= \\ &= \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) G_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (4)$$

Напряженное состояние в любой точке $M(x, y, z)$ контактной пары определяется из общего соотношения [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} = \\ &= \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) G_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta + \\ &+ \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) G_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (5)$$

Модель деформируемого твердого тела с опасным объемом

При контактной усталости опасным называется объем V_p , в котором с некоторой вероятностью P возможно появление нормальных контактных напряжений, превышающих нижнюю границу p_{fmin} рассеяния пределов выносливости $p_f = \sigma_{zz}^{(max)}$, где $\sigma_{zz}^{(max)}$ — давление в центре контакта при предельной контактной нагрузке [1–3]. Аналогично определяется нижняя граница рассеяния пределов выносливости для касательных напряжений.

Рассмотрим вероятность локального повреждения в точке, вызванного действием σ_{ij} (рисунок 2):

$$P(\xi \leq 1) = \int_{-\infty}^1 \varphi(\xi) d\xi, \quad (6)$$

где $\xi = \sigma_{ij} / p_{fmin}$.

Если известно распределение напряжений σ_{ij} , рассчитанное в соответствии с (5), в трехмерной окрестности области контакта и значение критерия p_{fmin} , то в случае нескольких ненулевых компонент тензора напряжений опасные объемы могут быть вычислены по каждой компоненте [1–3]:

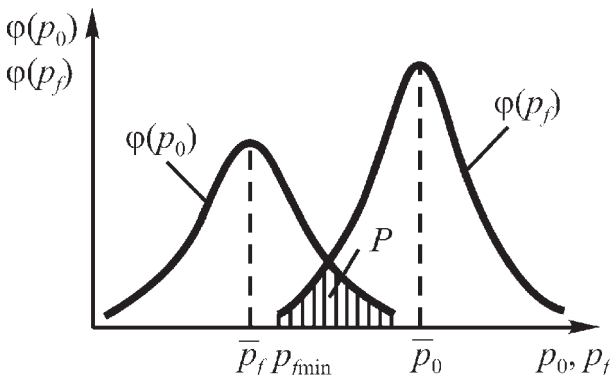


Рисунок 2 — Плотности распределения вероятностей действующих (p_0) и предельных (p_f) напряжений [1, 2]

$$V_{p_{yij}} = \iiint_{\sigma_{ij}(x,y,z) \geq p_{fmin}} dx dy dz, \quad (7)$$

либо по интенсивности напряжений:

$$V_{p_{yint}} = \iiint_{\sigma_{int}(x,y,z) \geq p_{fmin}} dx dy dz. \quad (8)$$

В более общем случае для однородного изотропного деформируемого твердого тела также могут быть определены [1–3, 6, 7] предельные нормальные и касательные напряжения $\sigma_n^{(*lim)}$ и $\sigma_\tau^{(*lim)}$ при действии на систему предельной контактной силы $F_c^{(*lim)}$, а также предельное главное напряжение $\sigma_1^{(*lim)}$ и предельная интенсивность напряжений $\sigma_{int}^{(*lim)}$:

$$\begin{aligned} \sigma_n^{(*lim)} &= \max_{dV, i} \left(\left| \sigma_{ii}(F_c^{(*lim)}, dV) \right| \right), \\ \sigma_\tau^{(*lim)} &= \max_{dV, i, j} \left(\left| \sigma_{ij}(F_c^{(*lim)}, dV) \right| \right), \quad i \neq j, \\ \sigma_1^{(*lim)} &= \max_{dV} \left(\left| \sigma_1(F_c^{(*lim)}, dV) \right| \right), \\ \sigma_{int}^{(*lim)} &= \max_{dV} \left(\left| \sigma_{int}(F_c^{(*lim)}, dV) \right| \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где dV — элементарный объем нагруженного тела.

Тогда условия ограничения для компонентных, главных и октаэдрических опасных объемов будут иметь вид:

$$\begin{aligned} V_{ij} &= \{ dV / \sigma_{ij} \geq \sigma_m^{(*lim)}, dV \subset V_k \}, \\ m &= \begin{cases} n & \text{при } i = j, \\ \tau & \text{при } i \neq j, \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

$$V_i = \{ dV / \sigma_i \geq \sigma_1^{(*lim)}, dV \subset V_k \}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

$$V_{int} = \{ dV / \sigma_{int} \geq \sigma_{int}^{(*lim)}, dV \subset V_k \}. \quad (12)$$

В случае исследования процесса повреждения при контактной усталости, рабочий объем в выражениях (10)–(12) V_k представляет собой не весь объем деформируемого твердого тела, а лишь объем заранее заданного предельно допустимого износа (рисунок 3) [1–3].

Если рассмотреть тензор напряжений σ_{ij} в каждом элементарном объеме dV тела, то в общем случае для описания изменения значений действующих напряжений по сравнению со значениями предельных напряжений можно ввести три типа тензора относительных повреждающих напряжений [3, 6, 7]: компонентные, главные и октаэдрические:

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \left| \sigma_{ij} / \sigma_m^{(*lim)} \right|, \\ g_i &= \left| \sigma_i / \sigma_1^{(*lim)} \right|, \\ g_{int} &= \left| \sigma_{int} / \sigma_{int}^{(*lim)} \right|, \end{aligned} \quad (13)$$

где g_{ij} , g_i , g_{int} имеют вероятностную природу, поскольку в условиях прочности как действующие напряжения σ_{ij} , σ_i , σ_{int} , так и предельные значения $\sigma_k^{(*lim)}$, $\sigma_i^{(*lim)}$,

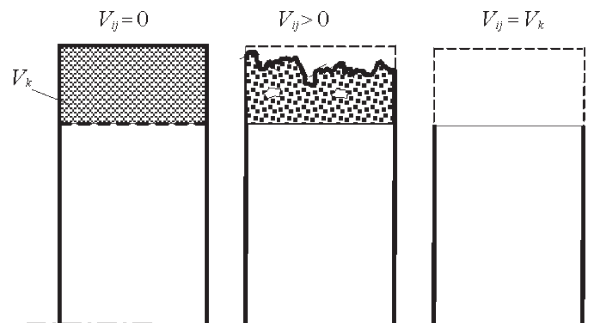


Рисунок 3 — Схема рабочего и опасного объемов при контактной усталости

$\sigma_{int}^{(n,lim)}$ являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

Исходя из определения g_{ij}, g_{ij}, g_{int} представляют собой величины локального повреждения элементарного объема. Тогда вероятность локального повреждения в точке, вызванного действием σ_{ij} [3]:

$$P(g_{ij}(dV) \leq 1) = \int_{-\infty}^1 \phi[g_{ij}(dV)] dg_{ij}(dV). \quad (14)$$

При $0 \leq g_{ij} < 1$ вероятность появления локального повреждения в элементарном объеме dV будет $P(g_{ij}(dV) \leq 1)$. А при $1 \leq g_{ij} < \infty$ величиной $g_{ij}(dV)$ определяется степень повреждения тела в dV .

Графическая иллюстрация компонентных опасных объемов $g_{ij}(dV), V_{yy}, V_{zz}$, их пересечений (совмещенных опасных объемов) $V_{xx} \cap V_{yy}, V_{yy} \cap V_{zz}, V_{xx} \cap V_{zz}, V_{xx} \cap V_{yy} \cap V_{zz}$ и объединения $V_{xx} \cup V_{yy} \cup V_{zz}$ (опасного объема) представлена на рисунке 4. Там же показан тензор $g_{ij}(dV)$ относительных повреждающих напряжений в соответствии с представлением (13). Видно, что при равновеликом значении компонент тензора $g_{ij}(dV)$ наиболее опасной зоной, где ожидается зарождение разрушения, является пересечение трех компонентных объемов $V_{xx} \cap V_{yy} \cap V_{zz}$.

В зонах трех компонентных объемов (V_{xx}, V_{yy}, V_{zz}) разрушение скорее начнется там, где тензор $g_{ij}(dV)$ является наибольшим по величине. Рисунки типа рисунка 4 позволяют проанализировать многообразные возможные особенности прогнозируемого повреждения. Они обнаруживаются, например, в зонах пересечения (наложения) опасных объемов, обусловленных либо только нормальными, либо только касательными напряжениями, либо одновременным воздействием нормальных и касательных напряжений разных знаков. Таким образом, появляется возможность конкретного анализа роли процессов отрыва и сдвига в комплексном формировании локального повреждения.

Локальные повреждения при контактном взаимодействии с трением

Для анализа поврежденности, обусловленной сложным трехмерным напряженным состоянием при контактном взаимодействии, удобно использовать октаэдричес-

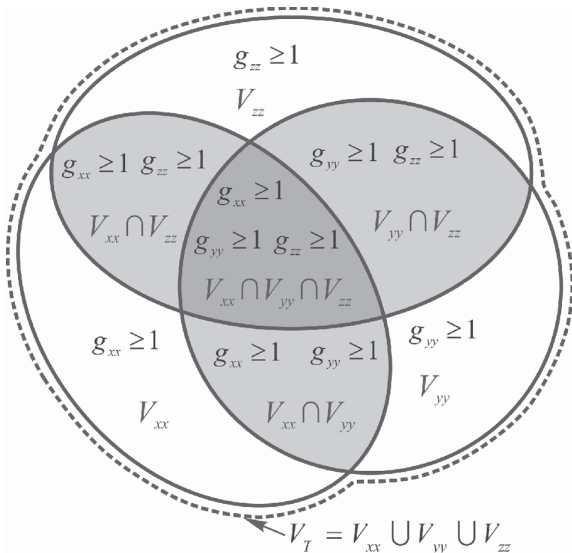


Рисунок 4 — Схема объединения (пунктирная линия) и пересечений (затемнено) опасных объемов, обусловленных нормальными напряжениями

кий опасный объем V_{int} в качестве интегральной характеристики поврежденности и g_{int} для детального анализа локальных повреждений.

Рассмотрим контактное взаимодействие при соотношении осей эллипса контакта $b/a=0,5$. Максимальное давление в центре контакта и максимальная интенсивность напряжений в этом случае связаны следующим соотношением:

$$\sigma_{int}^{(n,max)} = 0,62 \sigma_{zz}^{(n)} \Big|_{x=0,y=0,z=0} = 0,62 p_0, \quad (15)$$

тогда в соответствии с (1) для предела контактной усталости:

$$p_{fmin} = p_0 (F_N^{(lim)}) = 888 \text{ МПа}, \quad (16)$$

предельная интенсивность напряжений будет:

$$\sigma_{int}^{(lim)} = 0,62 p_{fmin}. \quad (17)$$

Пусть $a \parallel x$ ($b \parallel y$), тогда решение для произвольно направленной эллиптически распределенной касательной нагрузки:

$$\mathbf{q}(x, y) = \mathbf{e}_x q_x(x, y) + \mathbf{e}_y q_y(x, y), \quad (18)$$

где q — касательные контактные давления, \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы, направленные вдоль соответствующих координатных осей, можно получить путем суперпозиции решений:

$$\sigma_{ij}^{(r)} = \sigma_{ij}^{(la)} [q_x(x, y)] + \sigma_{ij}^{(lb)} [q_y(x, y)]. \quad (19)$$

Рассчитывать опасные объемы будем при $f=0,5, p_0=2960$ МПа.

На рисунках 5—8 представлены опасные объемы и распределение локальных повреждений при действии нормальных контактных давлений $p(x, y)$ (см. рисунок 5), одновременном действии нормальных $p(x, y)$ и касательных $q^{(la)}(x, y) = f p_0(x, y)$ (см. рисунок 6), $q^{(lb)}(x, y) = f p_0(x, y)$ (см. рисунок 7), $\mathbf{q}^{(la)}(x, y) + \mathbf{q}^{(lb)}(x, y) = f [\mathbf{e}_x p_0(x, y) + \mathbf{e}_y p_0(x, y)] / \sqrt{2}$ (см. рисунок 8), контактных усилий, где последние направлены под углом $\pi/4$ к оси x .

В направлениях действия касательных давлений видны характерные изменения формы октаэдрических опасных объемов по сравнению со случаем чистого контакта (см. рисунок 5).

Из рисунков 5—8 видно, что наибольший опасный объем формируется при одновременном действии нормальных $p(x, y)$ и касательных $q^{(la)}(x, y)$ давлений. На-

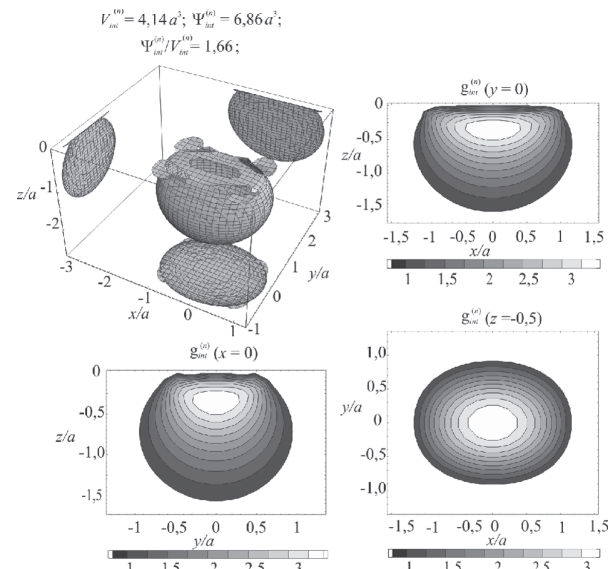


Рисунок 5 — Опасный объем $V_{int}^{(n)}$ и распределение локальных повреждений в его сечениях

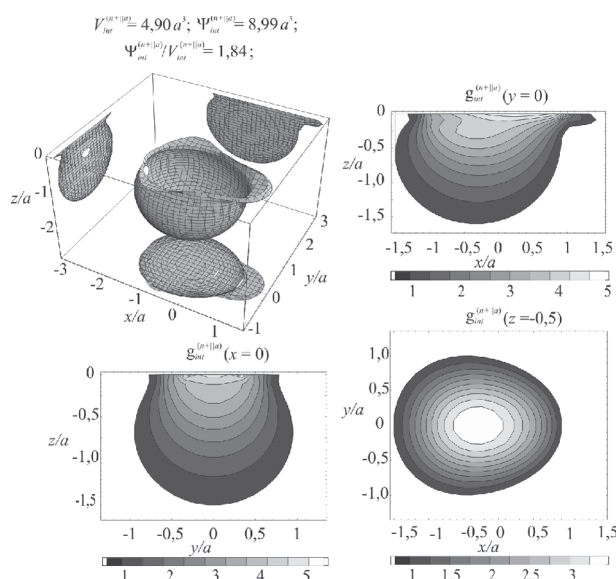


Рисунок 6 — Опасный объем $V_{int}^{(n+|a|)}$ и распределение локальных повреждений в его сечениях

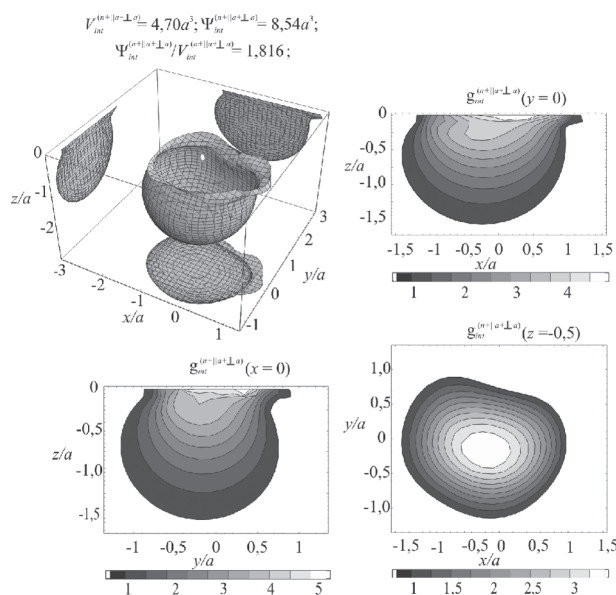


Рисунок 7 — Опасный объем $V_{int}^{(n+|a|-1,0)}$ и распределение локальных повреждений в его сечениях

правление силы трения значительно изменяет форму опасного объема. Максимум распределения локальных повреждений, характеризуемых g_{int} , за счет действия силы трения смещается из области под поверхностью площадки контакта (см. рисунок 5) на поверхность контакта.

Заключение

Приведены методика и результаты исследования поврежденности контактной пары на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом.

Yelovoy O.M.

Some models of mechanics of local damage

The technique for determination of local damage of complexly loaded mechanical system based on model of the deformable rigid body with dangerous volume is considered. Calculation of damage contact interaction is made. Considerable change of dangerous volume and local damage due to action of friction force is shown.

Поступила в редакцию 13.09.2010

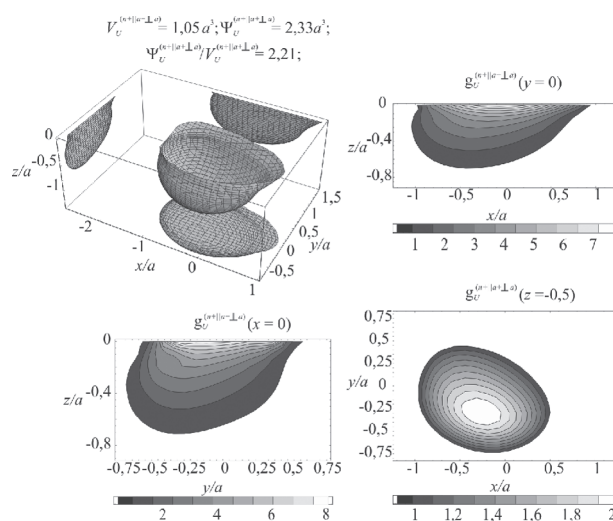


Рисунок 8 — Опасный объем $V_{int}^{(n+|a|-1,0)}$ и распределение локальных повреждений в его сечениях

В соответствии с данной моделью опасные объемы представляют собой области твердого тела, в которых напряжения превышают предельные. В свою очередь предельные напряжения определяются как максимумы соответствующих компонент тензора напряжений для уровня приложенных внешних нагрузок, обуславливающего предельное состояние твердого тела.

Предложен анализ локальных повреждений с помощью различных видов тензора относительных повреждающих напряжений.

Показано, что формы и величины опасных объемов при контактом взаимодействии и распределения в них локальных повреждений значительно отличаются при различных направлениях силы трения по отношению к полюсам эллипса контакта.

Список литературы

1. Сосновский, Л.А. Основы трибофатики / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2003. — Т. 1. — 246 с. — Т. 2. — 234 с.
2. Sosnovskiy, L.A. Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics) / L.A. Sosnovskiy. — Springer, 2004. — 424 p.
3. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.
4. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — М.: Мир, 1989. — 510 с.
5. Modern Tribology Handbook / edited by Bharat Bhushan. — CRC Press, 2000. — Vol. 1. — 765 p.
6. Журавков, М.А. Расчет опасных объемов при контактом нагружении / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Вестн. БГУ. — 2007. — Сер. I, № 1. — С. 117—122.
7. Щербаков, С.С. Контактная задача. Анализ опасных объемов / С.С. Щербаков // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць / Дніпропетровський національний університет; редкол.: А.П. Дзюба [и др.]. — Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2009. — Вип. 13 — С. 279—285.