



ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.926

А.В. ШИРКО, канд. физ.-мат. наук

Белорусский государственный технологический университет, Минск

А.Н. КАМЛЮК, канд. физ.-мат. наук

Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь, Минск

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В УДАРНО-МЕТАТЕЛЬНОЙ МЕЛЬНИЦЕ С РАЗГОННЫМИ ЛОПАТКАМИ РАЗНЫХ ТИПОВ

Работа посвящена исследованию влияния геометрических характеристик мельниц ударно-метательного типа с различными видами лопаток на эффективность ударного измельчения, а также износ лопаток. Теоретически показано, что благодаря использованию дуговых лопаток можно при незначительном снижении ударного импульса частицы повысить срок службы рабочих поверхностей за счет уменьшения сил трения

Ключевые слова: мельница, дуговые лопатки, ударный импульс

Введение

Процессы измельчения являются весьма распространенными во многих областях производственной деятельности. К ним, в частности, относятся: индустрия строительных материалов, пищевые производства, фармакология, переработка вторсырья.

Мельницы ударно-метательного типа находят широкое применение при измельчении различных материалов. Основным рабочим органом таких мельниц является вращающийся ротор, выполненный, обычно, в виде диска с установленными на нем разгонными лопатками.

При вращении ротора измельчаемый материал, подаваемый в его внутреннюю полость, движется под действием инерционных сил по разгонным лопаткам от центра вращения к периферии. Срываясь с лопаток с определенной скоростью, частицы материала ударяются о неподвижную отбойную поверхность и разрушаются при этом на более мелкие части [1–3].

Эффективность ударного измельчения зависит от скорости, при которой происходит удар частицы об отбойный элемент, и от угла между вектором скорости и нормалью к отбойной поверхности в точке удара частицы. Чем больше скорость частицы в момент удара, и чем ближе угол удара к нулю, тем эффективнее протекает процесс измельчения. Поэтому необходимой эффективностью измельчения можно добиться, варьируя профиль и расположение лопатки. Кроме того, следует отметить, что при движении абразивных частиц вдоль лопатки, происходит интенсивное истирание ее поверхности. В связи с этим ставится задача подбора таких парамет-

ров профиля лопатки, при которых давление на нее окажется минимальным, что в свою очередь снизит силы трения и увеличит долговечность лопатки.

Типовые конструкции роторов в мельницах ударно-метательного типа в большинстве случаев снабжаются радиальными разгонными лопатками (рисунок 1 а) [1–3]. Такие лопатки просты в изготовлении и поэтому широко применяются в роторных мельницах.

Одним из возможных путей повышения ударного импульса частицы является применение ротора мельницы с прямолинейными или дуговыми разгонными лопатками, наклоненными на некоторый угол θ_0 (либо $-\theta_0$, см. рисунок 1 б, в). Кроме того, предполагается, что выполнение разгонных лопаток по дуге окружности позволит снизить их износ.

Модель. Уравнения движения

Рассмотрим общий случай движение частицы материала по дуговой разгонной лопатке, расположенной в горизонтальной плоскости (рисунок 2). При этом считаем, что лопатка имеет постоянный радиус кривизны R_l , а частица представляется материальной точкой M .

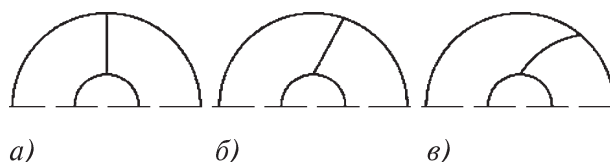


Рисунок 1 — Расчетные схемы мельниц ударно-метательного типа с различными формами и расположением разгонных лопаток

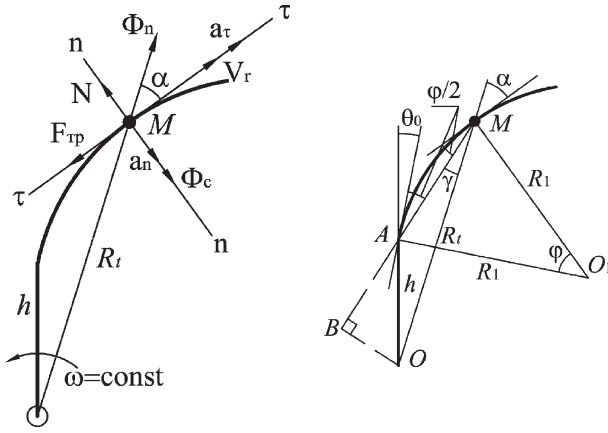


Рисунок 2 — Расчетная схема: h — расстояние от центра ротора до начала лопаток, R_1 — модуль радиус-вектора

Пусть частица находится в произвольной точке на поверхности лопатки. При этом полагаем, что ротор вращается с постоянной угловой скоростью ω . В относительном движении на частицу будут действовать центробежная сила инерции Φ_n , кориолисова сила инерции Φ_c , сила трения частицы о поверхность лопатки $F_{тр}$ и реакция опорной поверхности N . Силой аэродинамического сопротивления будем пренебрегать. Движение частицы по лопатке в осевом направлении ротора, т.е. поперек лопатки не рассматривается, так как величина силы тяжести при рабочих частотах вращения ротора мельницы на порядки меньше величины инерционных сил.

Систему уравнений, описывающую движение частицы по дуговой лопатке в естественной системе координат (см. рисунок 2), запишем в виде:

$$\begin{aligned} m\ddot{s} &= m\omega^2 R_1 \cos \alpha - Nf, \\ m \frac{\dot{s}^2}{R_1} &= -N - m\omega^2 R_1 \sin \alpha + 2m\omega \dot{s}, \end{aligned} \quad (1)$$

где m — масса частицы, s — дуговая координата, отсчитываемая от начала лопатки, ω — угловая скорость ротора мельницы, f — коэффициент трения скольжения, N — реакция опоры.

Система уравнений (1) полностью описывает движение частицы M , если известны явные выражения для модуля радиус-вектора R_1 , $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ как функции обобщенной координаты s . Эти выражения несложно установить с помощью рисунка 1. Из прямоугольного треугольника OBM получим:

$$\begin{aligned} R_1^2 &= \left(h \sin \left(\theta_0 + \frac{\varphi}{2} \right) \right)^2 + \\ &+ \left(h \cos \left(\theta_0 + \frac{\varphi}{2} \right) + 2R_1 \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Угол θ_0 представляет собой угол наклона касательной к начальной точке лопатки. Этот угол задает ориентацию лопатки радиуса кривизны R_1 в плоскости ротора.

Из рисунка 1 следует, что:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{1}{R_1} (h \cos (\theta_0 + \varphi) + R_1 \sin \varphi), \\ \sin \alpha &= \frac{1}{R_1} (h \sin (\theta_0 + \varphi) + R_1 (1 - \cos \varphi)). \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая, что угловая координата $\varphi = s/R_1$, из системы (1) с учетом (3) получаем уравнение движения частицы в виде:

$$\ddot{s} = \omega^2 \left(h \cos \left(\theta_0 + \frac{s}{R_1} \right) + R_1 \sin \frac{s}{R_1} \right) - f N/m, \quad (4)$$

где опорная реакция:

$$\begin{aligned} N &= m \left(2\omega \dot{s} - \frac{\dot{s}^2}{R_1} - \omega^2 (h \sin (\theta_0 + \frac{s}{R_1}) + \right. \\ &\quad \left. + R_1 - R_1 \cos \frac{s}{R_1}) \right). \end{aligned}$$

Анализ уравнения движения

Из нелинейного дифференциального уравнения (4) можно получить частные случаи движения частицы по прямолинейной наклонной и радиальной лопаткам. Для этого нужно осуществить предельный переход $R_1 \rightarrow \infty$. В итоге получаем линейное дифференциальное уравнение движения частицы по прямолинейной наклонной лопатке:

$$\begin{aligned} \ddot{s} &= \omega^2 (h \cos \theta_0 + s) - f N/m, \\ N &= m(2\omega \dot{s} - \omega^2 h \sin \theta_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Если лопатка радиальная, т.е. $\theta_0 = 0$, то уравнение движения имеет вид:

$$\ddot{s} = \omega^2 (h + s) - f N/m, \quad N = m2\omega \dot{s}. \quad (6)$$

Решение уравнений (5) и (6) можно получить в аналитическом виде, уравнение (4) интегрируется численно, однако определение положения частицы на лопатке как функции времени не представляет интереса, поскольку для анализа эффективности измельчения необходимо знать полную скорость частицы в момент ее схода с лопатки и направление этой скорости. Численный анализ уравнения (4) показал, что сила трения не будет существенно влиять на величину и направление полной скорости частицы, поэтому в дальнейших расчетах ей будем пренебрегать. В этом случае можно получить первый интеграл движения для уравнения (4):

$$\begin{aligned} \frac{\dot{s}^2}{2} &= \omega^2 \left(h R_1 \left(\sin \left(\theta_0 + \frac{s}{R_1} \right) - \sin (\theta_0) \right) + \right. \\ &\quad \left. + R_1^2 (1 - \cos \frac{s}{R_1}) \right), \end{aligned} \quad (7)$$

что дает возможность определять реакцию опорной поверхности N как функцию положения частицы на лопатке s .

Интегралы, аналогичные (7), получаются для прямолинейной наклонной и радиальной лопаток путем интегрирования уравнений (5) и (6), либо осуществляя предельный переход $R_1 \rightarrow \infty$ для уравнения (7):

$$\frac{\dot{s}^2}{2} = \omega^2 \left(h \cos \theta_0 s + \frac{s^2}{2} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\dot{s}^2}{2} = \omega^2 \left(h s + \frac{s^2}{2} \right). \quad (9)$$

Уравнение (7) можно получить, записав теорему изменения кинетической энергии частицы во вращающейся системе координат:

$$\frac{m\dot{s}^2}{2} = \frac{m\omega^2 R_1^2}{2} - \frac{m\omega^2 h^2}{2}, \quad (10)$$

где в правой части записана работа центробежной силы инерции при перемещении частицы из начального положения h в текущее положение R_1 . Тогда из (10) имеем:

$$\dot{s}^2 = \omega^2 (R_t^2 - h^2). \quad (11)$$

Подставляя в уравнение (11) выражение (2), получим (7). Выражение (11) приводит к важному заключению: модуль относительной скорости частицы при вылете ее из ротора (когда $R_t = R_{пот}$) не зависит от профиля и расположения разгонной лопатки.

$$\dot{s} \equiv V_r = \omega \sqrt{R_{пот}^2 - h^2} = const. \quad (12)$$

Направление вектора относительной скорости, конечно, будет зависеть от формы и расположения лопатки (рисунок 3).

Разложим полную скорость частицы в момент ее схода с лопатки на радиальную составляющую v_n и касательную составляющую v_τ :

$$v_n = V_r \cos \alpha_c, \quad v_\tau = \omega R_{пот} - V_r \sin \alpha_c. \quad (13)$$

где α_c — значение угла α в момент схода частицы с лопатки (угол схода), определяется по формулам (3). Тогда квадрат полной скорости частицы с учетом (12) будет:

$$v^2 = v_n^2 + v_\tau^2 = 2\omega^2 R_{пот}^2 \times \left(1 - \sqrt{1 - (h/R_{пот})^2} \sin \alpha_c \right) - \omega^2 h^2. \quad (14)$$

Из формулы видно, что для лопатки, на конце которой $\sin \alpha_c = 0$ (например, радиальная лопатка) квадрат полной скорости частицы в момент ее схода с лопатки будет:

$$v_n^2 = 2\omega^2 R_{пот}^2 - \omega^2 h^2.$$

Скорость схода частицы с прямолинейной наклонной лопатки будет зависеть от направления наклона этой лопатки (в направлении угловой скорости ω или противоположно ей, см. рисунок 3). Предельный переход $R_t \rightarrow \infty$ для такой лопатки согласно (3) дает $\sin \alpha_c = h/R_{пот} \sin \theta_0$ и в соответствии с формулой (14) полная скорость частицы при попутном наклоне лопатки $v > v_n$ (т.к. угол наклона лопатки θ_0 в этом случае отрицательный) и $v < v_n$ при наклоне лопатки в сторону противоположную угловой скорости ω . Схожие выводы можно сделать и для дуговой лопатки.

Определение ударного импульса

Величина полной скорости частицы ничего не говорит об эффективности процесса измельчения, т.к. на ударный импульс приходится лишь часть этой скорости. Ударный импульс можно определить по формуле:

$$p = mv \cos \beta, \quad (15)$$

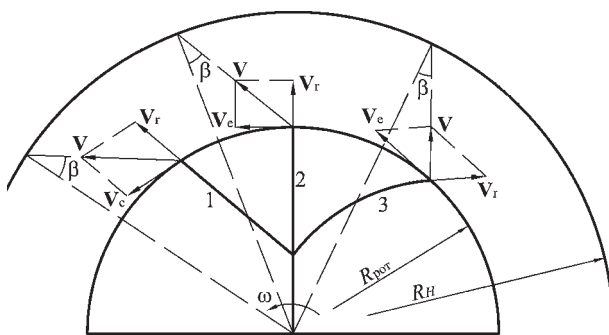


Рисунок 3 — Направление полной скорости частицы при различном расположении лопаток: $R_{пот}$ — радиус ротора; R_H — радиус отбойной поверхности

где β — угол между вектором полной скорости и нормалью к поверхности в точке удара частицы (рисунок 4).

Используя теорему синусов, для треугольника ОВС (см. рисунок 4) получаем:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{R_{пот}}{R_H} \right)^2 \left(\frac{v_\tau}{v} \right)^2}. \quad (16)$$

Тогда ударный импульс частицы (15) с учетом (14) и (16) будет:

$$p = m \sqrt{v_n^2 + v_\tau^2} \left(1 - \left(R_{пот}/R_H \right)^2 \right). \quad (17)$$

В формуле (17) первое слагаемое под корнем определяет вклад радиальной составляющей полной скорости, второе слагаемое — вклад касательной составляющей. Если решить задачу на экстремум функции ударного импульса (17), то угол схода частицы, при котором будет достигаться максимальный ударный импульс, при заданном соотношении $R_{пот}/R_H$ определится по формуле:

$$\sin \alpha_c^{max} = \frac{1 - (R_H/R_{пот})^2}{\sqrt{1 - (h/R_{пот})^2}}. \quad (18)$$

При этом максимальный ударный импульс будет:

$$p_{max} = m \omega \sqrt{R_H^2 - h^2}. \quad (19)$$

Анализ формулы (17) показал, что при увеличении радиуса отбойной поверхности, максимум ударного импульса смещается в сторону отрицательных значений углов схода частицы с лопатки (например, если лопатка наклонена по направлению угловой скорости). Зависимость ударного импульса от угла схода частицы с лопатки для различных значений $k = R_H/R_{пот}$ показана на рисунке 5.

Из рисунка видно, что ударный импульс возрастает при увеличении радиуса отбойной поверхности, однако на практике добиться увеличения ударного импульса таким способом невозможно, так как при движении частицы в пространстве между ротором и отбойной поверхностью возникают воздушные потоки, сильно замедляющие скорость частицы, поэтому зазор между ротором и отбойной поверхностью стремятся делать минимальным так, что $k = R_H/R_{пот}$ не превышает 1,05. Если положить $R_{пот}/R_H = 1$, то формулу (17) с учетом (12) приближенно можно записать как:

$$p = m V_r \cos \alpha_c = m \omega \sqrt{R_{пот}^2 - h^2} \cos \alpha_c. \quad (20)$$

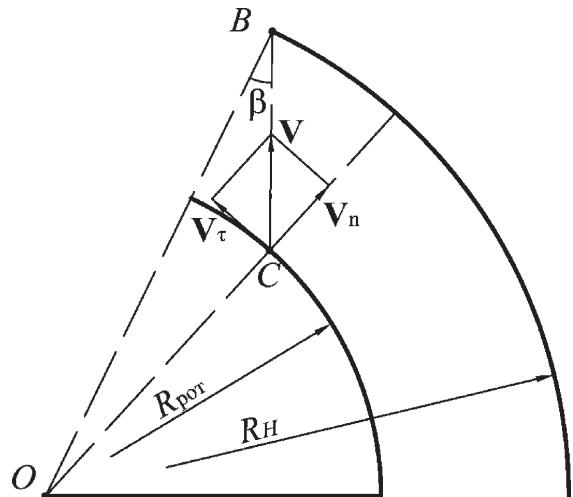


Рисунок 4 — Определение ударного импульса частицы

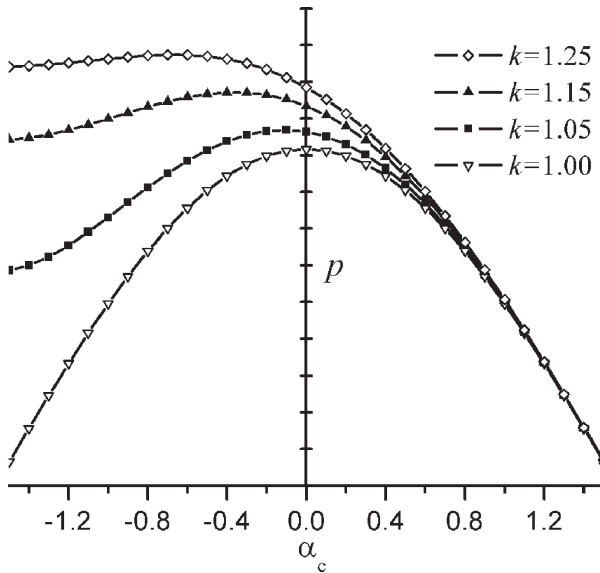


Рисунок 5 — Зависимость ударного импульса частицы от угла схода частицы

Из формулы (20) (и из рисунка 5) видно, что при $R_{\text{пот}}/R_H \approx 1$ максимальный ударный импульс достигается при сходе частицы с лопатки, которая имеет $\alpha_c = 0$. Такое значение α_c может быть достигнуто либо на радиальной лопатке, либо на дуговой лопатке, на конце которой касательная к этой лопатке τ будет совпадать с радиус-вектором R_1 . Дуговая лопатка, обеспечивающая $\alpha_c = 0$, показана на рисунке 6.

Из прямоугольного треугольника OO_1C на рисунке 6 определим зависимость угла наклона дуговой лопатки θ_0 от радиуса ее кривизны, который обеспечит $\alpha_c = 0$:

$$\sin \theta_0 = -\frac{R_{\text{пот}}^2 - h^2}{2h} \frac{1}{R_1}. \quad (21)$$

Знак «-» в формуле (21) показывает, что для обеспечения условия $\alpha_c = 0$ лопатку необходимо наклонять по направлению угловой скорости ω . Из формулы (21) получаем возможный интервал изменения радиуса кривизны:

$$\frac{R_{\text{пот}}^2 - h^2}{2h} \leq R_1 < \infty, \quad (22)$$

при этом угол θ_0 изменяется от $-\frac{\pi}{2}$ до 0.

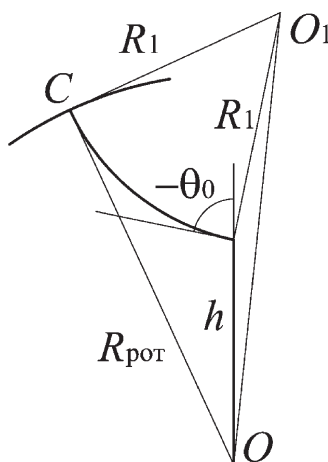


Рисунок 6 — Определение оптимального угла наклона θ_0 дуговой лопатки

Давления частицы на лопатку

Дуговая лопатка, имеющая $\alpha_c = 0$, и радиальная лопатка обеспечивают одинаковый ударный импульс (20). Однако давление частицы на дуговую лопатку будет меньше, чем давление частицы на радиальную или прямолинейную наклонную лопатки. В этом легко убедиться, используя формулы (4), (5) и (6). Невозможно существенно изменить опорную реакцию за счет поворота радиальной лопатки на угол θ_0 , т.к. при этом она уменьшится (или увеличится) на незначительную величину $m\omega^2 h \sin \theta_0$. Опорная реакция дуговой лопатки (4) содержит слагаемое $-ms^2/R_1$, которое существенно уменьшает давление частицы на лопатку. При этом, чем меньше радиус кривизны лопатки R_1 , тем меньше давление. Если к тому же стремиться сохранить максимальный ударный импульс, то R_1 необходимо выбирать из интервала (22), а угол наклона лопатки θ_0 рассчитывать по формуле (21).

Решим две задачи: 1) рассчитаем радиус кривизны и наклон дуговой лопатки из условия обеспечения максимального ударного импульса ($\alpha_c = 0$); 2) определим радиус кривизны лопатки из условия минимального давления. Зададимся характерными параметрами мельницы: $m=2$ г, $\omega=200$ рад/с, $h=0,15$ м, $R_{\text{пот}}=0,5$ м.

1. Реакция лопатки вычисляется по формуле (4), в которой скорость частицы может быть определена без учета силы трения из выражения (7) или с учетом силы трения из дифференциального уравнения (4). Радиус кривизны лопатки возьмем равным левой границе интервала (22), что будет обеспечивать наименьшее давление на лопатку ($R_1=0,758$ м).

Результаты расчета показаны на рисунке 7, где для сравнения рассчитаны опорные реакции дуговой, радиальной и прямолинейной наклонной лопаток. Из рисунка очевидна целесообразность применения дуговых лопаток. Радиальная и дуговая лопатки будут создавать одинаковый ударный импульс, однако давление на дуговую лопатку, а значит и ее износ, будут меньше.

Обратим внимание, что при наклоне лопаток их длину приходится увеличивать, чтобы обеспечить заданный радиус ротора. Расчеты показали, что при любом угле наклона прямолинейной лопатки давление на нее в момент схода частицы будет таким же, как и давление, оказываемое частицей при сходе ее с радиальной (не наклонной) лопатки.

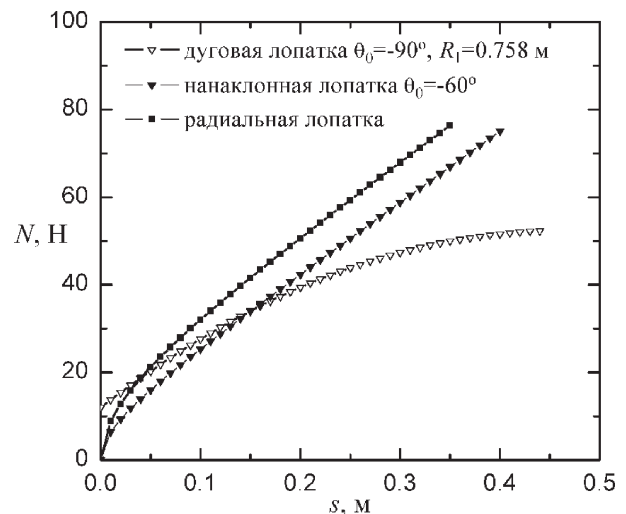


Рисунок 7 — Опорная реакция лопатки при обеспечении максимального ударного импульса

На рисунке 7 график для наклонной лопатки оказывается сдвинутым вправо относительно графика для радиальной на величину удлинения лопатки при ее наклоне на 60° .

2. Если не ставить задачу обеспечить максимальный ударный импульс, то давление на лопатку можно еще больше понизить. Так, если принять $R_l = R_{рот} = 0,5$ м, а $\theta_0 = 0$ получим результаты, представленные на рисунке 8.

Из рисунка видно, что давление на дуговую лопатку значительно меньше, чем на радиальную. При этом ударный импульс согласно (20) уменьшится в $\cos^{-1}\alpha_c$ раз. По формуле (3) при вычисленной длине лопатки, получим $\cos\alpha_c = 0,89$. По сравнению с примером 1) ударный импульс снизился на 11 %, зато давление на такую лопатку, согласно рисунку 8, уменьшилось в несколько раз, что приведет к значительному повышению сроков эксплуатации таких лопаток.

Можно подобрать такое значение радиуса кривизны, при котором опорная реакция при сходе частицы с лопатки будет равна нулю. Так при $R_l = 0,36$ м (см. рисунок 8) частица покинет ротор мельницы, не оказав никакого давления на край лопатки. В этом случае $\cos\alpha_c = 0,77$ и потери ударного импульса составят 23 %.

Компенсировать уменьшение ударного импульса можно за счет увеличения угловой скорости, что не всегда возможно. На практике ударный импульс можно повысить путем создания рифленой отбойной поверхности, ориентируя отбойные плоскости таким образом, чтобы они оказались под прямым углом к направлению полной скорости частицы. Угол наклона таких плоскостей к касательной отбойной поверхности может быть вычислен по формуле (16).

Заключение

В данной работе были получены законы движения частицы в мельнице ударно-метательного типа с радиальными, наклонными и дуговыми лопатками.

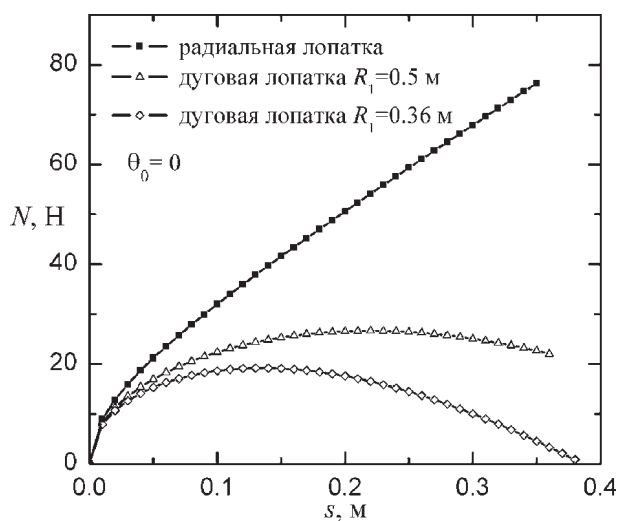


Рисунок 8 — Опорная реакция лопатки при произвольном ударном импульсе

Установлено, что при использовании новых моделей роторно-центробежных мельниц с дуговыми лопатками можно значительно снизить реакцию опоры, а следовательно, силу трения о лопатку. Такие мельницы можно использовать для измельчения высокоабразивных материалов.

Список литературы

1. Бабуха, Г.Л. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках / Г.Л. Бабуха, А.А. Шайбер. — Киев: Наук. думка, 1987. — 464 с.
2. Клепников, Н.С. Расчет движения частиц топлива по размоленной лопатке мельницы-вентилятора / Н.С. Клепников // Тр. УКТИ. — 1985. — Т. 5. — С. 71—76.
3. Поладиева, Н.И. Анализ рабочего процесса и проектирования ударно-отражательных мельниц / Н.И. Поладиева, Д.В. Аристов // Горный журнал. — 1995. — Вып. 7 — С. 117—119.

Shirko A.V., Kamluk A.N.

Dynamics of particles in dispatch-throwing mill with dispersing shovels of different types

Work is devoted research of influence of geometrical characteristics of mills of with great dispatch-throwing type with various kinds of shovels on efficiency of shock crushing, and also deterioration of a shovel. It is theoretically shown, that thanks to arc shovels it is possible to raise at insignificant de-crease in a shock impulse of a particle service life of working blades surfaces at the expense of reduction of a friction forces.

Поступила в редакцию 20.04.2010