

УДК 539.375

Ф.Ф. ГАСАНОВ, канд. техн. наук
Азербайджанский технический университет, г. Баку

ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ В ПЕРФОРИРОВАННОМ ТЕЛЕ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ

Рассматривается задача о зарождении трещин, исходящих из контуров круговых отверстий перфорированного изотропного тела при продольном сдвиге. Решение задачи о равновесии перфорированного тела при продольном сдвиге с зонами предразрушения сводится к решению одной бесконечной алгебраической системы и двух нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений с ядром типа Коши. Из решения этих уравнений находятся усиления в зонах зарождения трещин. Условие появления трещины формулируется с учетом критерия предельного сдвига связей материала.

Ключевые слова: перфорированное тело, зона предразрушения, связи между берегами, продольный сдвиг

Постановка задачи. Рассматривается изотропная упругая среда, ослабленная периодической системой круговых отверстий, имеющих радиусы λ ($\lambda < 1$) и центры в точках (рисунок 1) $P_m = m\omega$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), $\omega = 2$.

Принято, что контуры круговых отверстий свободны от внешних нагрузок. В плоскости имеет место антиплоская деформация $\tau_y = \tau_y^\infty$, $\tau_x = 0$ (продольный сдвиг на бесконечности).

По мере увеличения интенсивности внешних нагрузок в теле вокруг отверстий образуются зоны повышенных напряжений, расположение

которых имеет периодический характер. При возрастании τ_y^∞ на поверхности отверстий возникают зоны предразрушения, которые моделируются областями с ослабленными межчастичными связями в материале. Взаимодействие берегов этих областей моделируется путем введения между берегами связей с заданной диаграммой деформирования.

В силу симметрии граничных условий и геометрии области D , занятой материалом среды, напряжения являются периодическими функциями с основным периодом ω .

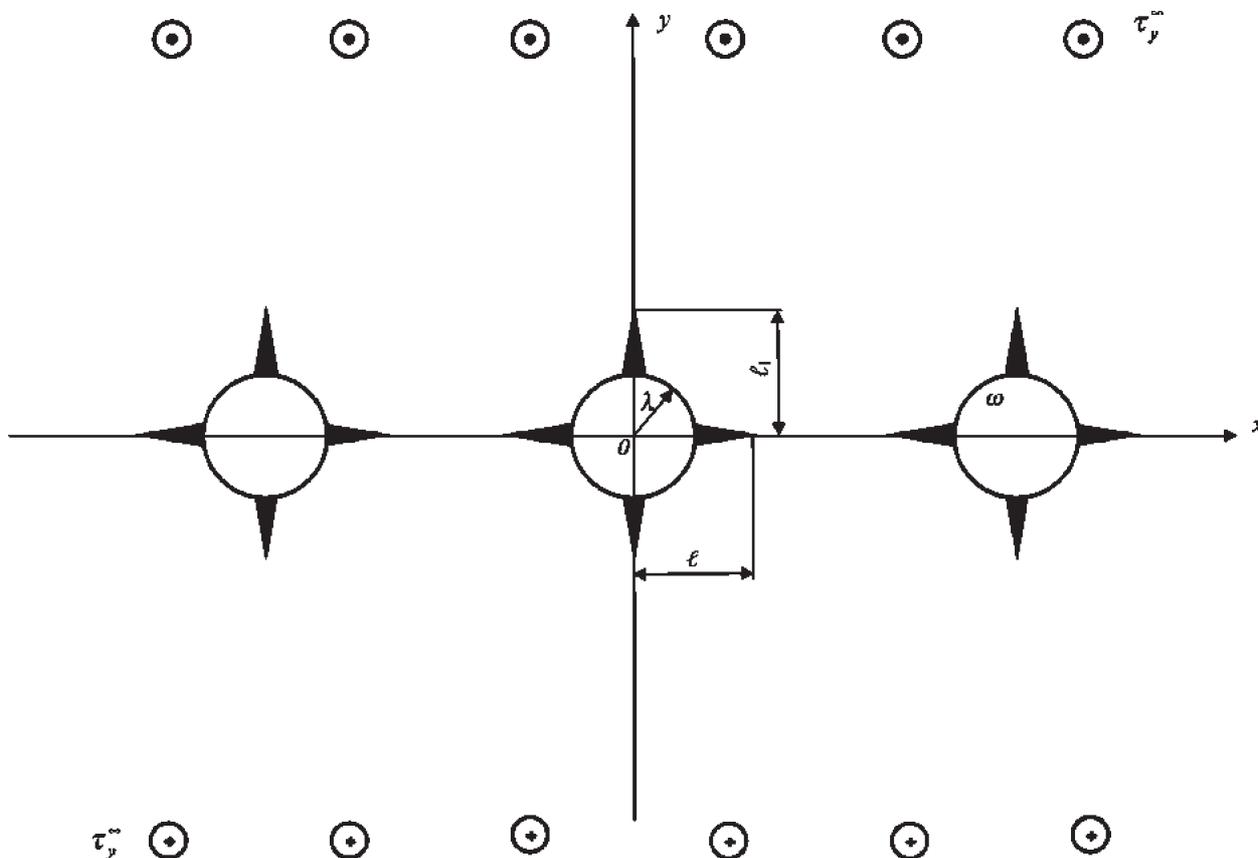


Рисунок 1 — Расчетная схема задачи механики разрушения о трещинообразовании в перфорированном теле

Как известно, поле напряжений и смещений при антиплоской деформации можно выразить через одну аналитическую функцию комплексного переменного $z = x + iy$ [1]:

$$\tau_x - i\tau_y = f'(z) = F(z); \quad \tau_t + i\tau_n = \overline{F(z)}e^{-i\alpha};$$

$$w = \frac{1}{\mu} \operatorname{Re} f(z),$$

где μ — постоянная материала среды; t, n — натуральные координаты; $i = \sqrt{-1}$.

Считается, что из контуров круговых отверстий исходят симметричные прямолинейные зоны предразрушения, направленные коллинеарно по осям абсцисс и ординат неравной длины. В исследуемом случае возникновение зародышевых трещин в перфорированном теле представляет собой процесс перехода области предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала. При этом размер зоны предразрушения заранее неизвестен и должен быть определен в процессе решения задачи. При действии внешней нагрузки на перфорированное тело в связях, соединяющих берега зон предразрушения, возникают касательные усилия $q_y(x)$ и $q_x(x)$ соответственно. Эти напряжения заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения краевой задачи механики разрушения.

На основании соотношений [1] и граничных условий на контурах круговых отверстий и берегах прямолинейных зон предразрушения задача сводится к определению одной аналитической функции $F(z)$ из краевых условий:

$$F(\tau)e^{i\theta} - \overline{F(\tau)}e^{-i\theta} = 0, \quad (1)$$

$$F(x) - \overline{F(x)} = -2iq_y(x) \text{ на } L;$$

$$F(y) - \overline{F(y)} = -2iq_x(y) \text{ на } L_1,$$

где $\tau = \lambda e^{i\theta} + m\omega$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$); x и y — аффиксы точек берегов зон предразрушения, направленных по осям абсцисс и ординат, соответственно.

Основные соотношения поставленной задачи необходимо дополнить соотношениями, связывающими раскрытие берегов зон предразрушения и усилия в связях. Без потери общности эти соотношения представим в виде

$$w^+(x, 0) - w^-(x, 0) = C(x, q_y(x))q_y(x); \quad (2)$$

$$w^+(0, y) - w^-(0, y) = C(y, q_x(y))q_x(y), \quad (3)$$

где функции $C(x, q_y(x))$ и $C(y, q_x(y))$ можно рассматривать как эффективные податливости связей; $w^+ - w^-$ — сдвиг берегов зоны предразрушения.

Для определения предельной величины внешней нагрузки, при которой происходит зарождение трещины, постановку задачи необходимо дополнить условием (критерием) появления трещины (предельного сдвига межчастичных связей в материале).

В качестве такого условия примем критерий критического сдвига берегов зоны предразрушения

$$w^+ - w^- = \delta_c, \quad (4)$$

где δ_c — характеристика сопротивления материала перфорированного тела трещинообразованию.

Решение краевой задачи. Решение краевой задачи (1) будем искать в виде:

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z) + F_3(z), \quad (5)$$

$$F_1(z) = \tau_y^\infty + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!}; \quad (6)$$

$$F_2(z) = \frac{1}{i\omega} \int_L g(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega} (t-z) dt; \quad (7)$$

$$F_3(z) = \frac{1}{i\omega} \int_{L_1} g_1(t_1) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega} (it_1 - z) dt_1, \quad (8)$$

где интегралы в формулах (7, 8) берутся по линии $L = \{[-\ell, -\lambda] + [\lambda, \ell]\}$; $L_1 = \{[-\ell_1, -\lambda] + [\lambda, \ell_1]\}$, соот-

ветственно; $\rho(z) = \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi z}{\omega}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{\omega}\right)^2$; $g(t)$ и $g_1(t_1)$ —

искомые функции, характеризующие раскрытие смещений при переходе через линию зоны предразрушения

$$g(x) = \frac{\mu}{2} \frac{d}{dx} [w^+(x, 0) - w^-(x, 0)] \text{ на } L, \quad (9)$$

$$g_1(y) = \frac{\mu}{2} \frac{d}{dy} [w^+(0, y) - w^-(0, y)] \text{ на } L_1.$$

Неизвестные функции $g(x)$ и $g_1(y)$, и искомые постоянные α_{2k} должны быть определены из краевых условий (1).

Для вывода уравнений относительно коэффициентов α_{2k} функции $F_1(z)$ преобразуем первое краевое условие (1) к виду:

$$F_1(\tau)e^{i\theta} - \overline{F_1(\tau)}e^{-i\theta} = if_2(\theta), \quad (10)$$

где $if_2(\theta) = -(F_2(\tau) + F_3(\tau))e^{i\theta} + (\overline{F_2(\tau)} + \overline{F_3(\tau)})e^{-i\theta}$.

Для решения краевой задачи (10) применим метод степенных рядов. Относительно функции $if_2(\theta)$ будем считать, что она разлагается на контуре $|\tau| = \lambda$ в ряд Фурье. На основании симметрии задачи этот ряд имеет вид:

$$if_2(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{2k+1} e^{(2k+1)i\theta}, \quad \operatorname{Re} A_{2k+1} = 0, \quad (11)$$

$$A_{2k+1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} if_2(\theta) e^{-(2k+1)i\theta} d\theta \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Подставив в последнее соотношение (11) выражение для $if_2(\theta)$ и поменяв порядок интегрирования, после вычисления интегралов с помощью теории вычетов найдем

$$A_{2k+1} = A'_{2k+1} + A''_{2k+1};$$

$$A'_{2k+1} = -\frac{1}{i\omega} \int_L g(t) f_{2k+1}(t) dt; \quad (12)$$

$$A''_{2k+1} = -\frac{1}{i\omega} \int_{L_1} g_1(t_1) \varphi_{2k+1}(t_1) dt_1,$$

где функции $f_{2k+1}(t)$, $\varphi_{2k+1}(t_1)$ определяются соотношениями:

$$f_{2k}(t) = \frac{\lambda^{2k}}{(2k)!} \gamma^{2k}(t) - \frac{\lambda^{2k+2}}{(2k+1)!} \gamma^{(2k+2)}(t), \quad \gamma(t) = ctg \frac{\pi}{\omega} t,$$

$$\varphi_{2k+1}(it_1) = \frac{\lambda^{2k}}{(2k)!} \gamma_1^{2k}(it_1) - \frac{\lambda^{2k+2}}{(2k+1)!} \gamma_1^{(2k+2)}(it_1),$$

$$\gamma_1(it_1) = ctg \frac{\pi}{\omega} (it_1).$$

Подставив теперь в левую часть краевого условия (10) вместо $F_1(\tau)$, $\overline{F_1(\tau)}$ их разложения в ряды Лорана в окрестности нулевой точки $z = 0$, а в правую часть (10) вместо функции $if_2(\theta)$ ряд Фурье (11) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях $\exp(i\theta)$ в обеих частях, получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов α_{2j+2}

$$\sum_{j=0}^{\infty} \alpha_{2j+2} \lambda^{2j+2} r_{0,j} + \tau_y^{\infty} - \alpha_2 = A_1; \quad (13)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \alpha_{2j+2} \lambda^{2j+2} r_{n,j} \lambda^{2n} - \alpha_{2j+2} = A_{2n+1},$$

где $r_{n,j} = \frac{(2n+2j+1)!}{(2n)!(2j+1)!} \frac{g_{n+j+1}}{2^{2n+2j+2}}$, $r_{0,0} = 0$, $g_j = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{2j}}$.

Требую, чтобы функции (5) удовлетворяли краевому условию на берегах зоны предразрушения L , для определения неизвестной функции $g(x)$, характеризующей раскрытие смещений при переходе через линию L , получаем сингулярное интегральное уравнение относительно функции $g(x)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_L g(t) ctg \frac{\pi}{\omega} (t-x) dt - \text{Im}[F_*(x)] = q_y(x) \text{ на } L; \quad (14)$$

$$F_*(x) = F_1(x) + F_3(x),$$

где x — аффикс точек берегов зоны предразрушения L , направленных по оси абсцисс.

Аналогично, подставив (5)–(8) в краевое условие (1) на L_1 , после некоторых преобразований получаем еще одно сингулярное интегральное уравнение относительно искомой функции $g_1(y)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_1} g_1(t) ctg \frac{\pi}{\omega} (t-y) dt - \text{Im}[F_0(y)] = q_x(y) \text{ на } L_1; \quad (15)$$

$$F_0(y) = F_1(y) + F_2(y).$$

Система (13) алгебраических уравнений совместно с сингулярными уравнениями (14)–(15) являются основными разрешающими уравнениями задачи, позволяющими определить искомые функции $g(x)$, $g_1(y)$ и коэффициенты α_{2k} . После определения

функций $F_1(z)$, $g(x)$ и $g_1(y)$ можно найти напряженно-деформированное состояние перфорированного тела при наличии зон предразрушения.

Методика численного решения и анализ. Используя в основной полосе периодов разложение

$$\frac{\pi}{\omega} ctg \frac{\pi}{\omega} (z) = \frac{1}{z} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{g_{j+1} z^{2j+1}}{\omega^{2j+1}},$$

сингулярное интегральное уравнение (14) после некоторых преобразований можно привести к обычной форме

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{g(t)}{t-x} + \frac{1}{\pi} \int_L g(t) K_0(t-x) dt - \text{Im}[F_*(x)] = q_y(x); \quad (16)$$

$$K_0(t) = \sum_{j=1}^{\infty} g_{j+1} \frac{t^{2j+1}}{\omega^{2j+1}}.$$

Теперь преобразуем интегральное уравнение (16) к виду, более удобному для нахождения его приближенного решения. Учитывая, что $g(x) = -g(-x)$ и используя замену переменных, уравнение (16) можно представить в следующем виде:

$$\frac{2}{\pi} \int_{\lambda_1}^1 \frac{\xi p(\xi)}{\xi^2 - \xi_0^2} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_{\lambda_1}^1 K_0^0(\xi, \xi_0) p(\xi) d\xi = \text{Im}[F_*(\xi_0)] + q_y(\xi_0);$$

$$\xi_0 = \frac{x}{\ell}; \quad \lambda_1 = \frac{\lambda}{\ell}; \quad p(\xi) = g(t); \quad \xi = \frac{t}{\ell}; \quad \lambda_1 \leq \xi_0 \leq 1;$$

$$K_0^0(\xi, \xi_0) = K_0(\xi - \xi_0) + K_0(\xi + \xi_0).$$

Проведем еще одну замену переменных

$$\xi^2 = u = \frac{1-\lambda_1^2}{2}(\tau+1) + \lambda_1^2; \quad \xi_0^2 = u_0 = \frac{1-\lambda_1^2}{2}(\eta+1) + \lambda_1^2.$$

При такой замене переменных отрезок интегрирования перейдет в отрезок $[-1, 1]$, а преобразованное интегральное уравнение (16) принимает стандартную форму

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p(\tau) d\tau}{\tau - \eta} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p(\tau) B(\eta, \tau) d\tau = \text{Im}[F_*(\eta)] + q_y(\eta), \quad (17)$$

где

$$B(\eta, \tau) = -\frac{1-\lambda_1^2}{2} \sum_{j=0}^{\infty} g_{j+1} \left(\frac{\ell}{2}\right)^{2j+2} \cdot u_0^j A_j;$$

$$A_j = \left[(2j+1) + \frac{(2j+1)(2j)(2j-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{u}{u_0}\right) + \dots + \frac{(2j+1)(2j)(2j-1) \dots [(2j+1) - (2j+1-1)]}{1 \cdot 2 \dots (2j+1)} \left(\frac{u}{u_0}\right)^j \right].$$

Так как в перфорированном теле напряжения ограничены, решение сингулярного интегрального уравнения (17) следует искать в классе всю-

ду ограниченных функций. Представим это решение в виде

$$p(\eta) = p_0(\eta)\sqrt{1-\eta^2},$$

где $p_0(\eta)$ — новая неизвестная регулярная функция.

Используя [2] квадратурные формулы, интегральное уравнение (17) можно свести к системе $M + 1$ алгебраических уравнений

$$\sum_{m=1}^M \frac{p_0(\tau_m)}{M+1} \sin^2 \frac{\pi m}{M+1} \left[\frac{1}{\tau_m - \eta_r} + B(\tau_m, \eta_r) \right] = H(\eta_r) + q_y(\eta_r) \quad (r = 1, 2, \dots, M+1), \quad (18)$$

где

$$\tau_m = \cos \frac{\pi m}{M+1} \quad (m = 1, 2, \dots, M),$$

$$H(\eta_r) = \text{Im}[F_*(\eta_r)];$$

$$\eta_r = \cos \frac{2r-1}{2(M+1)}\pi \quad (r = 1, 2, \dots, M+1).$$

Полученная алгебраическая система из $M + 1$ уравнений (18) для определения неизвестных $p_0(\tau_1), p_0(\tau_2), \dots, p_0(\tau_m)$ и $(\ell - \lambda)/\lambda$ удовлетворяет дополнительному условию, при котором существует решение в классе всюду ограниченных функций (см. [2]).

В правую часть системы (18) входят неизвестные значения напряжений $q_y(\eta_r)$ в узловых точках, принадлежащих зоне предразрушения L . Неизвестное напряжение в связях, возникающее на берегах зоны предразрушения L , определяется из дополнительного условия (2). Используя полученное решение, соотношение (2) можно записать в виде

$$g(x) = \frac{\mu}{2} \frac{d}{dx} [C(x, q_y(x))q_y(x)]. \quad (19)$$

Это уравнение служит для определения усилий $q_y(x)$ в связях в зоне предразрушения L .

Соотношение (19) представим в виде

$$-\frac{2}{\mu} \int_{\ell}^x g(x) dx = C(x, q_y(x))q_y(x). \quad (20)$$

Для построения недостающих уравнений потребуем выполнения условий (20) в узловых точках, содержащихся в зоне предразрушения (λ, ℓ) . В результате получим алгебраическую систему из M уравнений для нахождения приближенных значений $q_y(\eta_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$)

$$C_0 p_0(\eta_1) = C(\eta_1, q_y(\eta_1))q_y(\eta_1);$$

$$C_0 (p_0(\eta_1) + p_0(\eta_2)) = C(\eta_2, q_y(\eta_2))q_y(\eta_2); \quad (21)$$

$$C_0 \sum_{m=1}^M p_0(\eta_m) = C(\eta_M, q_y(\eta_M))q_y(\eta_M),$$

где $C_0 = -2\pi(\ell - \lambda)/(\mu M)$.

Перейдем теперь ко второму сингулярному интегральному уравнению (15). Воспользовав-

шись разложением функции $\text{cth} \frac{\pi}{\omega}(z)$ и учитывая, что $g_1(y) = -g_1(-y)$, после замены переменных преобразуем уравнение (15) к виду, более удобному для нахождения его приближенного решения.

Повторяя изложенный способ, заменяем сингулярное интегральное уравнение (15) конечной системой линейных алгебраических уравнений относительно значений искомой функции $R_0(\eta)$:

$$\sum_{m=1}^M \frac{R_0(\tau_m)}{M+1} \sin^2 \frac{\pi m}{M+1} \left[\frac{1}{\tau_m - \eta_r} + B_0(\tau_m, \eta_r) \right] = \pi [H_1(\eta_r) + q_x(\eta_r)] \quad (r = 1, 2, \dots, M+1), \quad (22)$$

где $H_1(\eta_r) = \text{Im}[F_0(\eta_r)]$.

Система (22) из $M + 1$ уравнений, служащая для определения неизвестных $R_0(\tau_1), R_0(\tau_2), \dots, R_0(\tau_m)$ и $(\ell_1 - \lambda)/\lambda$ удовлетворяет дополнительному условию, при котором существует решение в классе всюду ограниченных функций [2]. Неизвестное напряжение в связях, возникающее на берегах зоны предразрушения L_1 , определяются из дополнительного условия (3), записанного в виде:

$$g_1(y) = \frac{\mu}{2} \frac{d}{dy} [C(y, q_x(y))q_x(y)]. \quad (23)$$

Требуем выполнения условий (23) в узловых точках, принадлежащих зоне предразрушения (λ, ℓ_1) . В результате получим алгебраическую систему из M уравнений для определения значений $q_x(\eta_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$):

$$C_1 R_0(\eta_1) = C(\eta_1, q_x(\eta_1))q_x(\eta_1);$$

$$C_1 (R_0(\eta_1) + R_0(\eta_2)) = C(\eta_2, q_x(\eta_2))q_x(\eta_2); \quad (24)$$

$$C_1 \sum_{m=1}^M R_0(\eta_m) = C(\eta_M, q_x(\eta_M))q_x(\eta_M),$$

где $C_1 = -2\pi(\ell_1 - \lambda)/(\mu M)$.

Так как размеры зон предразрушения ℓ и ℓ_1 неизвестны, объединенная алгебраическая система уравнений (13), (18), (21), (22), (24) является нелинейной даже при линейных связях. Для ее решения используется метод последовательных приближений [3], суть которого состоит в следующем. Решаем объединенную алгебраическую систему при некоторых определенных значениях ℓ_* и ℓ_{1*} относительно остальных неизвестных. Остальные неизвестные входят в объединенную систему линейным образом. Значения ℓ_* , ℓ_{1*} и соответствующие значения остальных неизвестных не будут, вообще говоря, удовлетворять последним уравнением систем (18), (22). Поэтому подбирая значения параметров ℓ и ℓ_1 , будем многократно повторять вычисления до тех пор, пока последние уравнения (18) и (22) не будут удовлетворяться с заданной точностью. В каждом приближении объединенная алгебраическая система решалась методом Гаусса с выбором главного элемента.

В случае нелинейного закона деформирования связей при определении усилий в зоне предразру-

шения используется итерационный метод, подобный методу упругих решений [4]. Считается, что закон деформирования межчастичных связей в зоне предразрушения линейный при $w^+ - w^- \leq w_*$. Первый шаг итерационного процесса счета состоит в решении системы уравнений для линейно-упругих связей. Следующие итерации выполняются только в случае, если на части зоны предразрушения имеет место неравенство $w^+ - w^- > w_*$. Для таких итераций решается система уравнений в каждом приближении для квазиупругих связей с изменяющейся вдоль берегов зоны предразрушения и зависящей от величины усилий в связях эффективной податливости, которая вычислена на предыдущем шаге расчета. Расчет эффективной податливости проводится подобно определению секущего модуля в методе переменных параметров упругости [5]. Процесс последовательных приближений заканчивается, когда усилия вдоль зоны предразрушения, полученные на двух последовательных итерациях, практически не различаются. Нелинейная часть кривой деформирования связей аппроксимировалась билинейной зависимостью [6], восходящий участок которой соответствовал деформированию связей ($0 < w^+ - w^- \leq w_*$) с их максимальным усилием связей. При $w^+ - w^- > w_*$ закон деформирования описывался нелинейной зависимостью, определяемой точками (w_*, τ_*) и (δ_c, τ_c) , причем при $\tau_c \geq \tau_*$ имело место возрастающая линейная зависимость (линейное упрочнение, соответствующее упругопластической деформации связей). В численных расчетах полагалось $M = 30$, что соответствует разбиению интервала интегрирования на 30 чебышевских узлов. В результате численного расчета найдена зависимость длины зоны предразрушения, усилия в связях и раскрытие противоположенных берегов зоны предразрушения от параметра нагружения τ_y^∞ .

На рисунке 2 представлена зависимость относительной длины зоны предразрушения $d = (\ell - \lambda) / \lambda$ от безразмерного значения интенсивности нагружения τ_y^∞ / τ_* для некоторых значений радиуса отверстий (кривые 1–4): 1 — $\lambda = 0,2$; 2 — $\lambda = 0,3$; 3 — $\lambda = 0,4$; 4 — $\lambda = 0,5$.

На рисунке 3 показана зависимость усилий в связях q_y / τ_y^∞ от относительного размера d для различных значений радиуса отверстий: $\lambda = 0,2 \div 0,5$ (кривые 1–4).

Для определения предельно равновесного состояния зоны предразрушения, при котором появляется трещина, используется условие (4).

Используя полученное решение, условиями, определяющими предельную внешнюю нагрузку, при которой в точке $x = \pm \lambda$ или $y = \pm \lambda$ образуется трещина, являются следующие

$$C(\lambda, q_y(\lambda))q_y(\lambda) = \delta_c, \quad C(\lambda, q_x(\lambda))q_x(\lambda) = \delta_c. \quad (25)$$

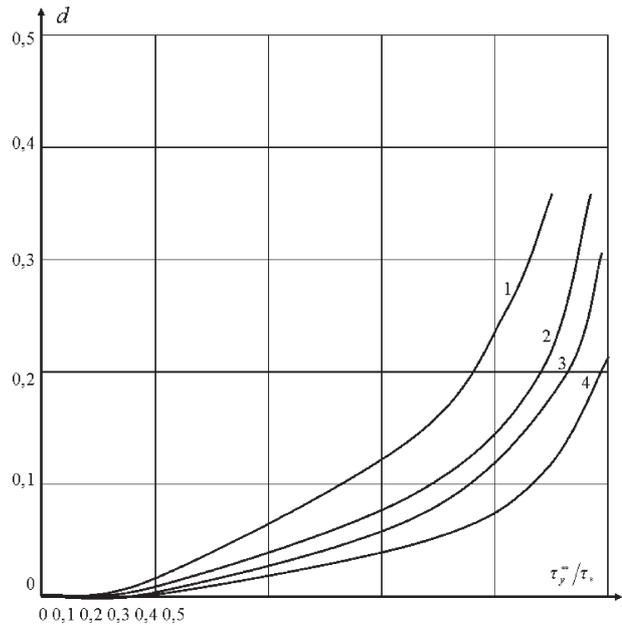


Рисунок 2 — Зависимости относительной длины зоны предразрушения $d = (\ell - \lambda) / \lambda$ от безразмерного значения интенсивности нагружения τ_y^∞ / τ_* для некоторых значений радиуса отверстия $\lambda = 0,2 + 0,5$ (кривые 1–4)

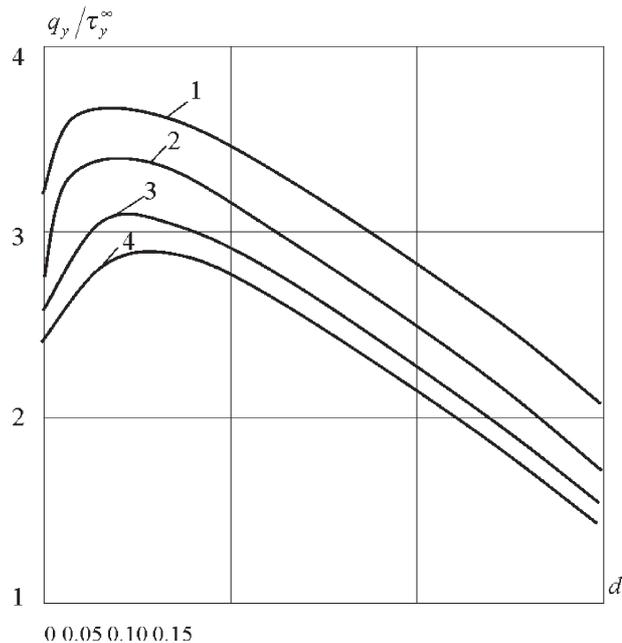


Рисунок 3 — Зависимости распределения усилий в связях q_y / τ_y^∞ от относительного размера зоны предразрушения для некоторых значений радиуса отверстия $\lambda = 0,2 + 0,5$ (кривые 1–4)

Решение объединенной алгебраической системы (13), (18), (21), (22), (24), (25) позволяет определить критическое значение внешней нагрузки, размеры зон предразрушения и усилия в связях в состоянии предельного равновесия, при котором в перфорированном теле образуются трещины. Расчеты показывают, что трещины вначале появляются вдоль зон предразрушения по оси абсцисс.

Заключение. Предложена модель зарождения трещины в среде, ослабленной периодической системой круговых отверстий, основанная на рассмотрении зоны процесса трещинообразования и включает: 1) установление зависимости сил сцепления от сдвига берегов зоны предразрушения; 2) оценку напряженного состояния вблизи зоны предразрушения с учетом внешних нагрузок и сил сцепления, а также расположения круговых отверстий; 3) определение зависимости критических внешних нагрузок от геометрических параметров среды, при которых появляются трещины.

Задача о зарождении трещины сдвига решена впервые.

Анализ предельно равновесного состояния перфорированного тела, при котором появляется трещина, сводится к параметрическому исследованию объединенной алгебраической системы (13), (18), (21), (22), (24) и критерия появления трещины (25) при различных законах деформирования связей, упругих постоянных материалов и геометрических характеристиках перфорированного тела. Непосредственно из решения полученных алгебраических систем определяются усилия в связях и раскрытие берегов зон предразрушения. Полученные соотношения позволяют исследовать трещинообразование в изотропном перфорированном теле при продольном сдвиге.

Список обозначений

P_m — центры круговых отверстий;
 ω — период периодической системы круговых отверстий;
 λ — радиус отверстий;

τ_x, τ_y — компоненты тензора напряжений в декартовой системе координат;
 $q_y(y), q_x(x)$ — усилия в связях между берегами зон предразрушения;
 w — компонента вектора перемещений;
 $C(x, q_y(x)), C(y, q_x(y))$ — эффективные податливости связей;
 δ_c — характеристика сопротивления материала тела трещинообразованию;
 $F(z)$ — аналитическая функция, описывающая напряженное состояние тела;
 μ — модуль сдвига материала;
 α_{2k} — коэффициенты разложений комплексного потенциала;
 $g(x)$ и $g_1(y)$ — искомые функции;
 τ_y^∞ — параметр нагружения;
 ℓ и ℓ_1 — параметры, характеризующие длины зон предразрушения.

Список литературы

1. Мирсалимов, В.М. Разрушение упругих и упругопластических тел с трещинами / В.М. Мирсалимов. — Баку: Элм, 1984. — 124 с.
2. Панасюк, В.В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В.В. Панасюк, М.П. Саврук, А.П. Дацьшин. — Киев: Наук. думка, 1976. — 443 с.
3. Мирсалимов, В.М. Неодномерные упругопластические задачи / В.М. Мирсалимов. — М.: Наука, 1987. — 256 с.
4. Ильюшин, А.А. Пластичность / А.А. Ильюшин. — М.: ЛОГОС, 2004. — 376 с.
5. Биргер, И.А. Общие алгоритмы решения задач теорий упругости, пластичности и ползучести / И.А. Биргер // Успехи механики деформируемых сред. — М.: Наука, 1975. — С. 51–73.
6. Гольдштейн, Р.В. Моделирование трещиностойкости композиционных материалов / Р.В. Гольдштейн, М.Н. Перельмутер // Вычисл. мех. сплош. сред. — 2009. — Т. 2. — № 2. — С. 22–39.

Hasanov F.F.

Fracturing in the punched solid at longitudinal shear

The problem of mechanics of fracture about nucleation of the cracks which are starting with contours of circular holes punched isotropic of a solid at longitudinal shear is considered. The problem of the equilibrium of the punched solid at longitudinal shear with zones of prefracture is reduced to the solution of one infinite algebraic system and two nonlinear singular the integro-differential equations with a nucleus such as Cauchy. From the fracture of these equations are forces in zones of nucleation of cracks. The condition of the occurrence of a crack is formulated in view of the criterion of the limit traction of the bonds in the material.

Keywords: perforated body, pre-fracture zone, connections between sides, longitudinal shift

Поступила в редакцию 29.11.2012.