



# МЕХАНИКА ТРИБОФАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 539.3

Л.А. СОСНОВСКИЙ, д-р техн. наук, профессор

директор

E-mail: tribo-fatigue@mail.ru

ООО «НПО ТРИБОФАТИКА», г. Гомель, Республика Беларусь

М.А. ЖУРАВКОВ, д-р физ.-мат. наук, профессор

Министр образования Республики Беларусь

Министерство образования Республики Беларусь, г. Минск, Республика Беларусь

С.С. ЩЕРБАКОВ, канд. физ.-мат. наук, доцент

доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета<sup>1</sup>

А.В. БОГДАНОВИЧ, д-р техн. наук, профессор

профессор кафедры теоретической и прикладной механики<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь

Н.А. МАХУТОВ, член-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор

главный научный сотрудник<sup>2</sup>

В.В. ЗАЦАРИННЫЙ, канд. техн. наук, доцент

ведущий научный сотрудник лаборатории механики разрушения и живучести<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Институт машиноведения РАН им. А.А. Благонравова, г. Москва, Россия

Статья поступила 29.04.2015.

## ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДОСТИЖЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ОБЪЕКТОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ. ЧАСТЬ I

*Обзорно-аналитическая статья, в которой описан ряд критериев предельного состояния (ПС) сложных объектов и указаны методы определения всех параметров, необходимых для их практического использования. Изложена энергетическая теория ПС трибофатических и механотермодинамических (МТД) систем, учитывающая диалектику взаимодействия эффективных энергий и, следовательно, необратимых повреждений при усталостном нагружении, трении и температурном воздействии. Проанализированы фундаментальные закономерности достижения ими ПС при комбинированных многопараметрических воздействиях силовых факторов и среды. Представлена экспериментально обоснованная (более 600 результатов экспериментов) фундаментальная МТД функция прогнозной оценки различных ПС (статическое, усталостное, контактное разрушение) для чистых металлов, цветных сплавов, конструкционных сталей и полимерных материалов.*

**Ключевые слова:** ПС, трибофатическая система, МТД система, теории прочности, критерии ПС, эффективная энергия потенциальной деформации,  $\Lambda$ -взаимодействия эффективных энергий (повреждений), МТД функция критических состояний, многокритериальная диаграмма ПС силовых систем

**Введение.** Разработка и исследование критериев предельного состояния (ПС), анализ закономерностей его достижения ведется давно и основатель-

но только применительно к материалам и отдельным конструктивным элементам в условиях линейного и сложных напряженных состояний. Работы

[1–13] представляют лишь малую часть известных публикаций. Они позволяют читателю ознакомиться с проблемой. В трибологии применительно к системе двух взаимодействующих при трении движения тел (так называемым парам трения) подобные систематические исследования не известны [14–22]. И только в рамках трибофатики [23–33] получены принципиально новые решения, которые оказались полезными и применимыми как для пар трения, так и для трибофатических систем. Наконец, в последнее десятилетие разработаны методологические и теоретические основания механотермодинамики [34–45], которые и позволили создать фундаментальную теорию ПС объектов, работающих при комбинированных многопараметрических воздействиях силовых факторов и среды (рисунок 1). В известной литературе (см., например, [1–22, 46–52]) нет даже постановки такой сложной задачи, как это представлено на рисунке 1. В данной статье излагается не только ее решение, но и иллюстрируется его эффективное применение. Наша цель состоит в том, чтобы охарактеризовать возможности и очертить имеющиеся пока ограничения в сфере практического и полезного использования разработанной теории ПС для оценки прочности и износостойкости следующих объектов: элементов конструкций (материалов), пар трения, трибофатических и МТД систем.

Напомним определения этих объектов. Элемент конструкции (образец) — это продукция или ее часть, или материал, подвергаемый (объемному) деформированию в условиях линейного либо сложного напряженного состояния. Пара (узел) трения — два взаимодействующих под контактной нагрузкой тела, между которыми реализуется процесс трения при качении, скольжении и др. Силовая (трибофатическая) система — всякая механическая система, которая воспринимает и транзитно передает рабочую циклическую нагрузку и в которой одновременно реализуется процесс трения в любом его проявлении. МТД система представляет собой сплошную термодинамическую среду с распре-

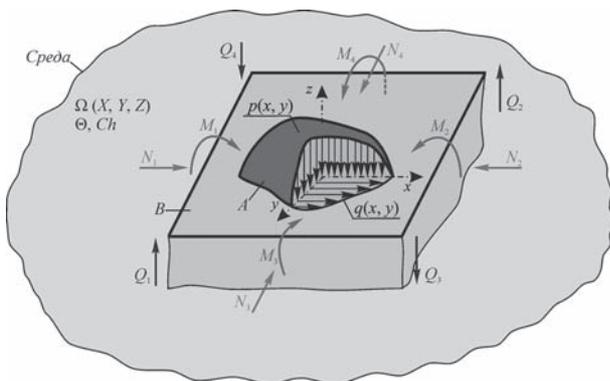


Рисунок 1 — Схема элементарной механотермодинамической системы

деленными (рассеянными) в ней твердыми телами, взаимодействующими как между собой, так и со средой; ее простейшая схема представлена на рисунке 1.

В таблице 1 дано обобщенное описание этих типичных объектов, в основу которых положены два конструктивных элемента: вал и пластина. Они в конечном счете и образуют либо пару трения, либо трибофатическую систему, либо МТД систему. Наиболее полными и важными параметрами их механического состояния являются соответствующие тензоры напряжений  $T_{\sigma} = \sigma_{ij}$  и деформации  $T_{\varepsilon} = \varepsilon_{ij}$ .

**Элемент конструкции (материал).** Проблемы повышения надежности и ресурса машин и оборудования относят к числу самых важных в технике [53–58]. Поскольку из расчета на прочность устанавливают размеры деталей и, следовательно, конструктивную массу изделия, вопросы оценки работоспособности по критериям прочности приобрели особую актуальность [59–64]. Анализируя их, Г. С. Писаренко отметил, что важнейшей задачей при решении любой проблемы прочности является установление критериев ПС рассматриваемого объекта, изготовленного из конкретного материала, с учетом конструктивных форм элемента конструкции и всех факторов, сопутствующих реальным условиям его эксплуатации [61]. Ниже дается обобщенный анализ методов оценки ПС материалов и элементов конструкций.

Применительно к линейному напряженному состоянию элемента конструкции (или образца, или просто материала) критерий ПС имеет простейший вид

$$\sigma = \sigma_{lim}, \quad (1)$$

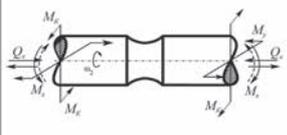
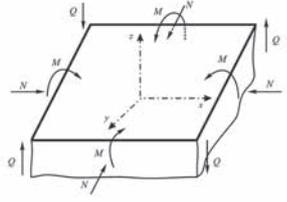
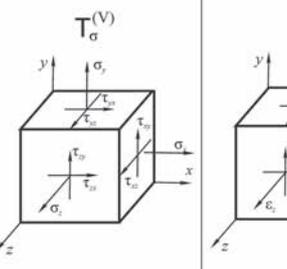
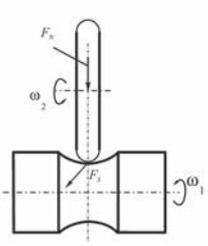
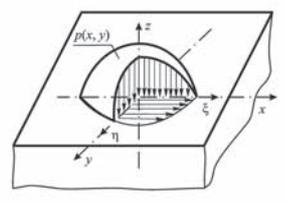
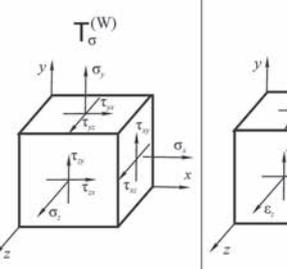
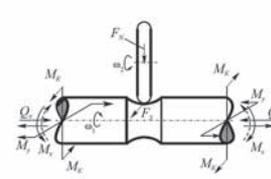
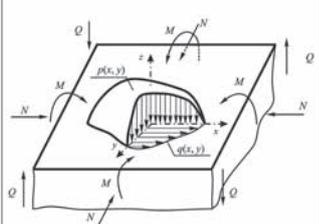
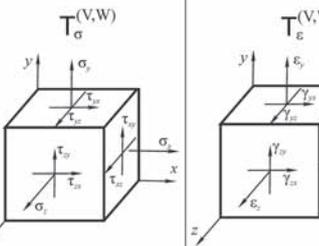
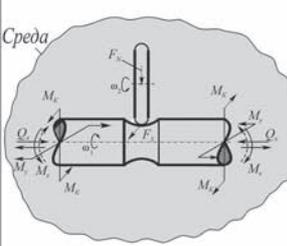
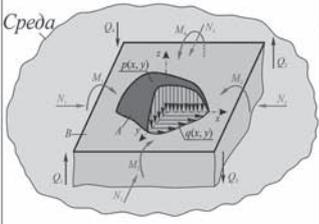
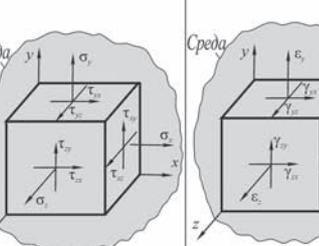
на основании которого записывают условие прочности

$$\sigma \leq [\sigma] = \sigma_{lim}, \quad (2)$$

где  $[\sigma]$  — допускаемое напряжение;  $n_{\sigma}$  — коэффициент запаса прочности.

Согласно (1), в элементе конструкции наступит ПС, когда действующие в нем наибольшие (нормальные) напряжения  $\sigma$  достигают критической (предельной) величины  $\sigma_{lim}$ . Если для данного объекта нежелателен переход в состояние пластичности, то  $\sigma_{lim} = \sigma_T$ , где  $\sigma_T$  — предел текучести; если опасным является его разрушение, то  $\sigma_{lim} = \sigma_b$  (статическое напряжение) либо  $\sigma_{lim} = \sigma_{-1}$  (циклическое напряжение), где  $\sigma_b$  и  $\sigma_{-1}$  — соответственно предел прочности либо предел выносливости; если для него недопустимым является потеря устойчивости, то  $\sigma_{lim} = \sigma_k$ , где  $\sigma_k$  — критическое напряжение и т. д. Таким образом, критерий (1) и, следовательно, условие (2) являются универсальными, поскольку они применимы для любых схем и условий нагружения при линейном напряженном состоянии. А практический опыт их успешного использования на протяжении многих десятков лет показал,

Таблица 1 — Типичные объекты современных машин и оборудования

Конструктивные схемы		Характеристики НДС	
Элемент конструкции			
Пара трения			
Трибофатическая (силовая) система			
Механотермодинамическая система			

что они справедливы и для всех технических материалов (железоуглеродистые и цветные металлы и сплавы и др.).

Согласно (2), в элементе конструкции ПС не достигается с коэффициентом запаса  $n_\sigma > 1$ . Условие (2) легко реализуемо, поскольку величины  $[\sigma]$  и  $n_\sigma$  известны (см., например, [59, 64, 65]).

К сожалению, критерий (1) и условие (2) хорошо работают лишь при линейном напряженном состоянии. Для условий сложного напряженного состояния, когда оно характеризуется, например, главными напряжениями  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , требуется раз-

работка теории ПС. Построение критериальных теорий прочности для многообразных напряженных состояний ведется по единой схеме [66]

$$\begin{matrix} \sigma_1 \rightarrow \\ \sigma_2 \rightarrow \\ \sigma_3 \rightarrow \end{matrix} \begin{matrix} \boxed{\text{Теория}} \\ \boxed{\text{ПС}} \end{matrix} \rightarrow f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, m_k) = \sigma_{\text{экв}} \leq \frac{\sigma_{\text{lim}}}{n_\sigma} = [\sigma], \quad (3)$$

где  $m_k$  — параметры, характеризующие физико-механические свойства материала.

Таким образом, известные теории прочности вынуждены вводить представление об эквивалентном напряжении  $\sigma_{\text{экв}}$  как функции  $f(\bullet)$  приведения слож-

ного напряженного состояния ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) к универсальному линейному напряженному состоянию ( $\sigma$ ): правые части в (2) и (3) одинаковы. И тогда реализуется условие прочности при сложном напряженном состоянии

$$\sigma_{\text{экв}}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, m_i) \approx \sigma \leq \frac{\sigma_{\text{lim}}}{n_\sigma} = [\sigma], \quad (4)$$

эквивалентное таковому (2) при линейном напряженном состоянии.

Условие эквивалентности состоит в том, что теория прочности должна дать такую функцию приведения  $f(\bullet)$ , которая обеспечивает равноопасность линейного и сложного напряженных состояний ( $\sigma_{\text{экв}} \approx \sigma$ ). Нечего и говорить, что разработать такую  $f(\bullet)$  архисложно. Этим объясняется то, что исследователи создали более 30 теорий ПС, и уже уместно говорить об истории таких разработок. В такой истории можно выделить четыре периода [66].

*Первый период.* Принимается, что ПС материала независимо от того, находится он в линейном или сложном напряженном состоянии, наступает при достижении некоторым механическим параметром  $\varphi$  предельной величины  $\varphi_*$ . Если параметр  $\varphi$  — *максимальное нормальное напряжение*, то это I теория (Галлилей, Лейбниц); если  $\varphi$  — *максимальная линейная деформация*, то это II теория (Мариотт, Сен-Венан); если  $\varphi$  — *максимальное касательное напряжение*, то это III теория (Кулон, Треска).

В идейном отношении эти теории аналогичны. Они отличаются лишь тем, что ответственность за достижение ПС приписывают различным параметрам; общим у них является то, что трехмерная характеристика ПС заменяется одномерной — наибольшей.

*Второй период* характеризуется созданием принципиально новой теории: ПС материала принимается зависящим от всех трех действующих главных напряжений. Это IV (энергетическая) теория (Бельтрами, Губер, Мизес и Генки). Поскольку в ней учитывается только *потенциальная энергия изменения формы* тела, то, по существу, эта теория характеризует его переход в состояние пластичности.

Но даже, казалось бы, всеобъемлющий энергетический подход не дал универсального критерия ПС. Было установлено, что переход из одного механического состояния в другое зависит и от *природы материала*. Наступило время *третьего периода*: ПС принимается зависящим от физико-механических свойств материала (Мор, 1882 г., 1900 г.). Этот период продолжается до сих пор. Современные теории ПС, как правило, учитывают свойства материала путем введения в критерий прочности или пластичности соответствующих коэффициентов  $m_k$ , определяемых экспериментально.

Как указывалось выше, к настоящему времени разработано большое число теорий прочности. В таблице 2 приведены критерии наиболее известных теорий ПС, а в таблице 3 — сводка формул

для определения эквивалентных напряжений по многим теориям ПС с указанием области их возможного применения [6, 13].

Обратим внимание на то обстоятельство, что одни и те же теории ПС связывают зачастую с различными именами. Это объясняется не только необходимостью утвердить приоритет того или иного ученого в формулировке теории, но и желанием подчеркнуть роль некоторых ученых в развитии и обосновании теорий, в доведении их до современного состояния.

Далее обнаружилось, что характеристики свойств материала имеют существенное рассеяние, т. е. *вероятностную природу*. Начало *четвертому периоду* (статистические теории прочности), по-видимому, было положено в 1933 г. А. П. Александровым и С. Н. Журковым [67]. За последние примерно 30 лет эти теории получили большое развитие. Но все их многообразие укладывается, согласно А. Фрейденталю [68], в три имеющие физический смысл модели: модель наиболее слабого звена, приводящая к распределению Вейбулла, модель классического пучка, приводящая к нормальному распределению и модель с однородным распределением дефектов, приводящая к гамма-распределению. В вероятностной постановке известна фундаментальная трактовка эквивалентности различных напряженных состояний: произвольное сложное напряженное состояние эквивалентно линейному напряженному состоянию, если вероятности  $P$  повреждения или разрушения одного и того же объекта, находящегося под их действием, одинаковы [66]:

$$P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, m_i) = P_{123} = P(\sigma). \quad (5)$$

Анализируя изложенные теории, исследователи пришли к следующему двум общим заключениям. Во-первых, механических теорий прочности много, а научно обоснованных рекомендаций по их выбору нет; во-вторых, ни одна из предложенных до сих пор теорий ПС не является универсальной, применимой для всех материалов и различных сочетаний главных напряжений [4, 8].

Проиллюстрируем сказанное тремя примерами.

Рассмотрим сначала один из простейших примеров расчета на прочность при двухосном напряженном состоянии [8]. Требуется определить запас прочности барабана мостового крана, в котором под действием огибающего его каната возникают тангенциальные напряжения сжатия  $\sigma_q = -160$  МПа, максимальные напряжения изгиба  $\sigma_z = \pm 40$  МПа, напряжения кручения  $\tau_k = 20$  МПа. Материал барабана — серый чугун СЧ 21-40.

Схема напряженного состояния, возникающего в стенке барабана, представлена на рисунке 2. Наиболее опасное напряженное состояние будет там, где напряжения изгиба растягивающие. Результаты расчета приведены в таблице 4. Как видно, эквивалентные напряжения, полученные по различным критериям, изменяются в диапазоне 6,15...8,3 МПа. Таким образом, только

Таблица 2 — Критерии предельного состояния материалов при статическом нагружении

Расчетные отношения	Номер формулы	Авторы критерия
<i>Изотропные материалы</i>		
$\sigma_1 = \sigma_p;  \sigma_3  = \sigma_c$	(6)	Г. Галилей, Г.В. Лейбниц
$ \sigma_1 - \sigma_3  = \sigma_p$	(7)	Ш.О. Кулон
$\sigma_{инт} = \sigma_p$	(8)	Р. Мизес
$\sigma_1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_c} \sigma_3 = \sigma_p$	(9)	Ш.О. Кулон, О. Мор
$\chi \sigma_{инт} + (1 - \chi) \sigma_1 = \sigma_p;$ $\chi \sigma_{инт} + (1 - \chi) \sigma_1 A^{l-1} = \sigma_p$	(10) (10a)	Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев
$\eta \sigma_{инт} + (1 - \eta)(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_p,$ где $\eta = \left(1 - \frac{\sigma_p}{\tau_k}\right) (2 - \sqrt{3})$	(10б)	Б.И. Ковальчук
$(\sigma_c + \sigma_p)^2 \sigma_{инт} = \left[ (\sigma_p \sqrt{\sigma_c} + \sigma_c \sqrt{\sigma_p}) - \right.$ $\left. - 3(\sqrt{\sigma_c} - \sqrt{\sigma_p}) \sigma_0 \right]^2$	(11)	Д. Друккер, В. Прагер
$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 +$ $+ n(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 1,$ где $m = \frac{\sigma(\tau_k)^2 - 2\sigma_p \sigma_c}{\sigma_p \sigma_c}; n = \frac{6\tau_k(\sigma_c - \sigma_p)}{\sigma_p \sigma_c}; l = 6(\tau_k)^2$	(12)	Ю.И. Янг
$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} =$ $= \frac{2\sqrt{2}\sigma_c \sigma_p}{\sigma_c + \sigma_p} - \frac{\sqrt{2}(\sigma_c - \sigma_p)}{\sigma_c - \sigma_p} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	(13)	И.Н. Миролубов
$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} =$ $= c_1 + c_2 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3),$ где $c_1 = \frac{2\sqrt{2}\sigma_c \sigma_p}{\sigma_c + \sigma_p}; c_2 = \frac{\sqrt{2}(\sigma_p + \sigma_c)}{\sigma_c + \sigma_p}$	(14)	А.И. Боткин
$\sigma_{эКВ} = \frac{\sigma_p}{2} \left[ a(\sigma_1 + \sigma_2) + c\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \right.$ $\left. + \sqrt{\left( a(\sigma_1 + \sigma_2) + c\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 + 4b(\sigma_1 + \sigma_2)^2} \right],$ где $a = \frac{3(1 - \chi)}{\sigma_p(5 + \chi)}; b = \frac{\chi(1 - \chi)}{\sigma_p^2(5 + \chi)}; c = \frac{(\chi + 2)(\chi + 1)}{\sigma_p \sqrt{2}(5 + \chi)}; \chi = \frac{\sigma_p}{\sigma_c}$	(15)	К.Н. Кан, Ю.С. Первушин

Продолжение таблицы 2

Расчетные отношения	Номер формулы	Авторы критерия
<i>Анизотропные материалы</i>		
$\left. \begin{aligned}  \sigma_1 - \sigma_3  &= \sigma_{1p} \\  \sigma_2 - \sigma_3  &= \sigma_{2p} \\  \sigma_1 - \sigma_2  &= \sigma_{1c} \end{aligned} \right\}$	(16)	Ш.О. Кулон
$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \left( \frac{\sigma_{1p}}{\sigma_{2p}} \right)^2 \sigma_2^2 = \sigma_{1p}^2$	(17)	Р. Мизес, Р. Хилл
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1p}^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{2p}^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_{1p} \sigma_{2p}} = 1$	(18)	Л.В. Ху, Дж. Марин
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1p}^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{2p}^2} + \frac{\sigma_3^2}{\sigma_{3p}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{\tau_{12k}^2} + \frac{\tau_{23}^2}{\tau_{23k}^2} + \frac{\tau_{31}^2}{\tau_{31k}^2} = 1$	(19)	Ф. Веррен
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1p}^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{2p}^2} - \left( \frac{1}{\sigma_{1p}^2} + \frac{1}{\sigma_{2p}^2} - \frac{1}{\sigma_{1p} \sigma_{2p}} \right) \sigma_1 \sigma_2 = 1$	(20)	Э.С. Уманский, С.С. Веремчук
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1p}^2} \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1^2 = A_0 \sigma_{1p}^2, \text{ где } A_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma_{1p}}{\sigma_{2p}}}}$	(21)	В.Н. Бастун, Н.И. Черняк
$\sigma_1^2 - \frac{\sigma_{1p} \sigma_{1c}}{\sigma_{2p} \sigma_{2c}} \sigma_2^2 + \left[ 1 + \frac{\sigma_{1p} \sigma_{1c}}{\sigma_{2p} \sigma_{2c}} + \frac{\sigma_{1c} - \sigma_{1p}}{\tau_{45^{\circ}}} - \frac{\sigma_{1p} \sigma_{1c}}{\sigma_{2p} \sigma_{2c}} \times \frac{\sigma_{2c} - \sigma_{2p}}{\tau_{45^{\circ}k}} - \frac{\sigma_{1p} \sigma_{1c}}{\tau_{45^{\circ}k}^2} \right] \sigma_1 \sigma_2 +$ $+ \frac{\sigma_{1c} - \sigma_{1p}}{\sigma_1} + \frac{\sigma_{1p} \sigma_{1c}}{\sigma_{2p} \sigma_{2c}} (\sigma_{2c} - \sigma_{2p}) \sigma_2 - \sigma_{1p} \sigma_{1c} = 0,$ <p>где <math>\tau_{45^{\circ}k}</math> — сопротивление сдвигу для элемента, грани которого составляют с направлениями 1 и 2 угол <math>45^{\circ}</math></p>	(22)	К.В. Захаров
$\left[ \left( \frac{1}{\sigma_{1p}} - \frac{1}{\sigma_{1c}} \right) \sigma_1 + \left( \frac{1}{\sigma_{2p}} - \frac{1}{\sigma_{2c}} \right) \sigma_2 + \left( \frac{1}{\sigma_{1p}} - \frac{1}{\sigma_{1c}} \right)^2 \sigma_1^2 + \left( \frac{1}{\sigma_{2p}} - \frac{1}{\sigma_{2c}} \right)^2 \sigma_2^2 + \left[ \left( \frac{1}{\sigma_{1p}} - \frac{1}{\sigma_{1c}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sigma_{2p}} - \frac{1}{\sigma_{2c}} \right)^2 - \left[ \left( \frac{1}{\tau_{45^{\circ}k+}} + \frac{1}{\tau_{45^{\circ}k-}} \right) \right] \sigma_1 \sigma_2 + \frac{4\tau^2}{\tau_k^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 2$	(23)	И.И. Гольденблат, В.А. Копнов

Окончание таблицы 2

Расчетные отношения	Номер формулы	Авторы критерия
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{1p}\sigma_{1c}} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{2p}\sigma_{2c}} + \sigma_1\sigma_2 \left( \frac{1}{\sigma_{1p}\sigma_{1c}} + \frac{1}{\sigma_{2p}\sigma_{2c}} - \frac{1}{\tau_k^2} \right) + \left( \frac{1}{\sigma_{1p}} - \frac{1}{\sigma_{1c}} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) = 1$	(23a)	И.И. Гольденблат, В.А. Копнов
$\sqrt{A(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + B(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + C(\sigma_3 - \sigma_1)^2} + D_{1,2,3}\sigma_{1,2,3} = 1,$ <p style="text-align: center;">где</p> $A = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{1c}^2} + \frac{1}{\sigma_{2c}^2} - \frac{1}{\sigma_{3c}^2} \right); B = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{2c}^2} + \frac{1}{\sigma_{3c}^2} - \frac{1}{\sigma_{1c}^2} \right);$ $C = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{3c}^2} + \frac{1}{\sigma_{1c}^2} - \frac{1}{\sigma_{2c}^2} \right); D_1 = \frac{1}{\sigma_{1p}} - \frac{1}{\sigma_{1c}};$ $D_2 = \frac{1}{\sigma_{2p}} - \frac{1}{\sigma_{2c}}; D_3 = \frac{1}{\sigma_{3p}} - \frac{1}{\sigma_{3c}}$	(24)	Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев
<p><i>Обозначения:</i> <math>\sigma_p, \sigma_c, \tau_k</math> — пределы прочности или текучести соответственно при растяжении, сжатии; <math>\sigma_{1p}, \sigma_{2p}, \sigma_{3p}, \sigma_{1c}, \sigma_{2c}, \sigma_{3c}</math> — пределы прочности или текучести соответственно при растяжении или сжатии в первом, втором и третьем главных направлениях (для анизотропных материалов); <math>\tau_{12k}, \tau_{23k}, \tau_{31k}</math> — пределы текучести или прочности при сдвиге по соответствующим площадкам</p>		

опыт и интуиция расчетчика могут помочь правильно выйти из этой ситуации.

Еще один пример — исследование влияния напряженного состояния на сопротивление усталости материалов. Предел выносливости сталей и чугунов при растяжении-сжатии составляет 65...85 % предела выносливости при изгибе. Соотношение между пределами выносливости при изгибе ( $\sigma_{-1}$ ) и кручении ( $\tau_{-1}$ ), установленное экспериментально для различных металлов, зависит от их физико-механических свойств. Сопоставление экспериментальных результатов с отношениями  $\tau_{-1} / \sigma_{-1}$ , которые прогнозируют теории прочности (I — теория максимальных нормальных напряжений, II — теория максимальных продольных деформаций, III — теория максимальных касательных напряжений, IV — теория энергии формоизменения), дано на рисунке 3 а для стали (1), литой стали (2) и чугунов (3), и на рисунке 3 б для цветных металлов. Из рисунка 3 следует, что ни одна из теорий прочности не может описать всего многообразия экспериментальных результатов.

В работе [8] собраны результаты испытаний многих конструкционных материалов, представленные на рисунке 4. Чтобы обеспечить сопоставимость анализируемых данных, оси координат приняты относительными, т. е. величины главных напряжений относят к соответствующим предельным значениям напряжений. Из рисунка 4 следует, что описать эти опыты какой-либо единой предельной кривой немислимо. Но область рассеяния данных оказалось возможным

описать критерием с варьируемым параметром. Так, здесь приведено 5 предельных линий согласно критерию Писаренко–Лебедева при изменении параметра  $0 \leq \chi \leq 1$ . Хотя и в этом случае большое число экспериментальных данных в теоретическую схему не укладывается, но нельзя не отметить здесь мощную анализируемой теории. Это связано с тем, что в ней принят во внимание двойственный характер ПС (разрушение только от нормальных напряжений, как и только от касательных напряжений, невозможно), а также учтены характерные механические свойства материалов. Именно поэтому все теории ПС (см. таблицы 2, 3), которые построены только как функции главных напряжений, оказались практически ограниченными. Это относится и к классической энергетической (IV) теории. В самом деле, при объемном растяжении или сжатии с одинаковыми величинами главных напряжений ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ ), имеем  $\sigma_{\text{экв}}^{(IV)} = 0$ , что принципиально неверно. А те теории, которые принимают во внимание совокупную роль и касательных и нормальных напряжений, т. е. двойственную природу деформационного повреждения, с одновременным учетом соответствующих физико-механических свойств материалов, т. е. их сопротивления повреждению и разрушению, оказываются практически более работоспособными.

В этой связи было установлено [62], что подавляющее большинство известных теорий прочности обобщаются в рамках гипотезы Надаи

$$F(\tau_{\text{окт}}, \sigma_{\text{окт}}, m_k) = 0, \tag{42}$$

Таблица 3 — Формулы для расчета эквивалентных напряжений по различным теориям ПС

Критерий	Выражение для эквивалентного напряжения	Геометрическая интерпретация критерия в пространстве напряжений	Примечание
Наибольших нормальных напряжений (Галилея—Лейбница, называют также Клебша—Ренкина)	$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_1 \quad (25)$ или $\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_3 \quad (26)$	Куб с центром, смещенным относительно начала координат в сторону гидростатического сжатия	Удовлетворительно описывает ПС весьма хрупких однородных материалов, таких как стекло, гипс, некоторые виды керамики
Наибольших линейных деформаций (Мариотта—Грасгофа, называют также Сен—Венана)	$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (27)$	Равносторонний косоугольный параллелепипед с осью симметрии, равнонаклоненной к координатным осям	Ввиду малой достоверности в расчетной практике в настоящее время почти не применяется
Наибольших касательных напряжений (Кулона)	$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (28)$	Правильная шестигранная призма, равнонаклоненная к координатным осям	Удовлетворительно описывает ПС пластичных малоупрочняющихся материалов (отпущенные стали), для которых характерна локализация пластических деформаций
Кулона—Мора	$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_1 - \chi\sigma_3 \quad (29)$	Шестигранная равнонаклоненная к координатным осям пирамида	Применяется для установления ПС достаточно однородных материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию
Октаэдрических касательных напряжений или удельной энергии формоизменения (Губера—Мизеса—Тенки)	$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_{\text{инт}} \quad (30)$	Круговой цилиндр, описанный вокруг призмы, интерпретирующей критерий максимальных касательных напряжений	Хорошо описывает предельное состояние широкого класса пластичных материалов (медь, никель, алюминий, углеродистые и хромоникелевые стали и т. п.)
Ягна—Бужинского	$\sigma_{\text{эkv}} = 3(1 - \chi)\sigma_{\text{cp}} + \frac{1}{\sigma_*^-} \times [\sigma_{\text{инт}}^2 - \left(\frac{2}{3}\varphi\psi - 3\right) \times (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad (31)$	Равнонаклоненная к главным осям поверхность вращения. Однозначной геометрической интерпретации не имеет	Применяется в тех случаях, что и критерий Кулона—Мора. При $\sigma_*^+ = \sigma_*^-$ совпадает с критерием октаэдрических касательных напряжений
Баландина	$\sigma_{\text{эkv}} = 3(1 - \chi)\sigma_{\text{cp}} + \frac{1}{\sigma_*^-} \quad (32)$	Параболоид вращения, равнонаклоненный к координатным осям	Является частным случаем критерия Ягна—Бужинского (при $\tau_* = \sqrt{\sigma_*^+ \sigma_*^- / 3}$ )
Боткина—Миролюбова	$\sigma_{\text{эkv}} = 3(1 - \chi)\sigma_{\text{cp}} + (1 - \chi)\sigma_{\text{инт}} \quad (33)$	Круговой конус, равнонаклоненный к координатным осям	Применяется в тех случаях, что и критерий Кулона—Мора. При $\sigma_*^+ = \sigma_*^-$ совпадает с критерием октаэдрических касательных напряжений

Продолжение таблицы 3

Критерий	Выражение для эквивалентного напряжения	Геометрическая интерпретация критерия в пространстве напряжений	Примечание
Друккера–Прагера	$\sigma_{\text{экр}} = (1 + \sqrt{\chi}) \sigma_{\text{инт}} + 6 \left( \frac{\sqrt{\chi} - \chi}{1 + \sqrt{\chi}} \right) \sigma_{\text{ср}} \times \times 9 \left( \frac{1 - \sqrt{\chi}}{1 + \sqrt{\chi}} \right)^2 \frac{\sigma_{\text{ср}}^2}{\sigma_*^2} \quad (34)$	<p>Двухполостный параболоид вращения, равнонаклоненный к координатным осям</p>	<p>Удовлетворительно описывает ПС сравнительно пластичных материалов, для которых <math>\chi &gt; 0,3</math></p>
Писаренко–Лебедева	$\sigma_{\text{экр}} = \chi \sigma_{\text{инт}} + (1 - \chi) \sigma_1 A^{1 - \frac{3\sigma_{\text{ср}}}{\sigma_{\text{инт}}}} \quad (35)$	<p>Предельная поверхность равнонаклонена к координатным осям. В сечении октаэдрической плоскостью — равносторонний криволинейный треугольник</p>	<p>Хорошо описывает ПС неоднородных материалов (хрупкие металлокерамические композиты, графит, хрупкие терморезистивные пластмассы, различные горные породы, пенопласта и т. п.). Среднестатистическое значение параметра <math>A</math> для указанных материалов составляет 0,7–0,8</p>
Писаренко–Лебедева	$\sigma_{\text{экр}} = \chi \sigma_{\text{инт}} + (1 - \chi) \sigma_1 \quad (36)$	<p>Коническая поверхность, описанная вокруг пирамиды Кулона–Мора. В сечении октаэдрической плоскостью — равносторонний криволинейный треугольник</p>	<p>Хорошо описывает ПС широкого класса достаточно однородных конструкционных материалов. При <math>\sigma_*^+ = \sigma_*^-</math> преобразуется в критерий октаэдрических касательных напряжений. В случае, когда <math>\sigma_*^+ \ll \sigma_*^-</math> (весьма хрупкие материалы), результаты вычислений практически совпадают с данными расчета по критерию наибольших нормальных напряжений</p>
Кузьменко	$\sigma_{\text{экр}} = \frac{\sigma_1}{a}, \text{ где}$ $a = \frac{2(1-g) + g^2(3-2g) + 1,33(1-2g)}{2(1-g) + g^2(3-2g) + c(1-2g)} \times \times \frac{(1-g)^2}{(1-g)^2 + \chi g^2(1-2g)}; \quad (37)$ $\chi = \frac{\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2};$ $c = 1 + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{ \varepsilon_1  +  \varepsilon_2  +  \varepsilon_3 }.$	<p>Предельная поверхность при <math>g = 0,5</math> — круговой цилиндр, соответствующий критерию удельной энергии формоизменения. При изменении <math>g</math> — цилиндр деформируется</p>	<p>Хорошо описывает ПС материалов, пластичность которых значительно зависит от условий деформирования. Параметр состояния <math>g</math> изменяется от 0 (хрупкое состояние) до 1 (пластичное состояние)</p>

Окончание таблицы 3

Критерий	Выражение для эквивалентного напряжения	Геометрическая интерпретация критерия в пространстве напряжений	Примечание
Шура	$\sigma_{\text{экв}} = \left( \frac{\rho_0 (2\alpha + 1)}{A} \right)^{1/\alpha}, \quad (38)$ <p>где для хрупких материалов</p> $\rho_0 = \frac{1}{4\pi} \iint_D F(\sigma_N) d\theta,$ <p>и для пластичных материалов</p> $\rho_0 = \frac{B}{4\pi} \iint_D \tau_N^\beta d\theta$	<p>Предельная поверхность не исследована</p>	<p>Удовлетворительно описывает ПС материалов различных классов; <math>\alpha</math> — параметр механической однородности материала; <math>A, B</math> — параметры; <math>\rho_0</math> — математическое ожидание относительного количества поврежденных направлений в физической точке твердого тела; <math>D</math> — поверхность единичного радиуса с центром в рассматриваемой точке, в пределах которой имеет место нормальное <math>\sigma_N</math> или касательное <math>\tau_N</math> напряжение; <math>F(\sigma_N)</math> — вероятность того, что <math>\sigma_N</math> больше или равно сопротивлению повреждения отрывом</p>
Сосновского	$\sigma_{\text{экв}} = (\sigma_{a1}^m + \sigma_{a2}^m + \sigma_{a3}^m)^{1/m} \quad (39)$	<p>При <math>m = 2</math> — сфера; при <math>m \rightarrow \infty</math> — куб; при <math>2 &lt; m &lt; \infty</math> — поверхности, промежуточные между сферой и кубом</p>	<p>Удовлетворительно описывает ПС при циклическом нагружении с амплитудами напряжений <math>\sigma_{ai}</math>; <math>m</math> — параметр статистической неоднородности материалов</p>
Волкова	$\sigma_{\text{экв}} = \frac{2}{\chi} \left\{ A [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2(\mu\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]^{1/2} + \beta \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \lambda\sigma_{\text{ср}} \right) + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right\} \quad (40)$	<p>Предельная поверхность не исследована</p>	<p>Удовлетворительно описывает ПС материалов в зависимости от условий нагружения; <math>\chi, \beta, \lambda, c</math> — константы материала, определяемые из опытов при различных напряженных состояниях, например, при одноосном растяжении, одноосном сжатии, чистом сдвиге и двухосном равномерном растяжении</p>
Сосновского	$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{\sigma_i} - \Psi_{\text{экв}}, \quad (41)$ <p>где</p> $\Psi_{\text{экв}} = \frac{S_{\Psi_i} \sqrt{k}}{1 - \prod_{i=1}^3 \left( 1 - (k v_{\Psi_i}^2)^{1/f} \right)^{1/2}};$ $v_{\Psi_i} = \frac{S_{\Psi_i}}{\Psi_i} = \frac{\sqrt{S_{\sigma_{\sigma_i}}^2 + S_{\sigma_i}^2}}{\sigma_{\sigma_i} - \sigma_i}$	<p>Предельная поверхность не исследована</p>	<p>Удовлетворительно описывает ПС при случайной усталости, когда и главные <math>\sigma_i</math>, и предельные <math>\sigma_{\sigma_i}</math> напряжения распределены по нормальному закону со средними <math>\bar{\sigma}_{\sigma_i}</math> и <math>\bar{\sigma}_i</math> и среднеквадратическими отклонениями <math>S_{\sigma_{\sigma_i}}</math> и <math>S_{\sigma_i}</math>; здесь случайные величины <math>\Psi_i = \sigma_{\sigma_i} - \sigma_i</math> также подчинены нормальному распределению с параметрами <math>\bar{\Psi}_i</math> и <math>S_{\Psi_i}</math>; <math>k, f</math> — коэффициенты, известные априори</p>
<p>Обозначения: <math>\sigma_i, i = 1, 2, 3</math> — главные напряжения; <math>\eta = \sigma_3 / \sigma_1; \epsilon = \sigma_2 / \sigma_1</math> — соотношения главных напряжений; <math>\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3</math> — главные относительные деформации; <math>\sigma_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)</math> — среднее напряжение;</p> $\sigma_{\text{инт}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ — интенсивность напряжения; $\sigma_i^+; \sigma_i^-; \tau_i$ — предельные для данного материала напряжения соответственно при одноосном растяжении, сжатии и чистом сдвиге; $\chi = \frac{\sigma_i^+}{\sigma_i^-}; \varphi = \frac{\sigma_{\sigma_i}^+}{\tau_i}; \psi = \frac{\sigma_{\sigma_i}^-}{\tau_i}$ — соотношения характеристик механических свойств материала			

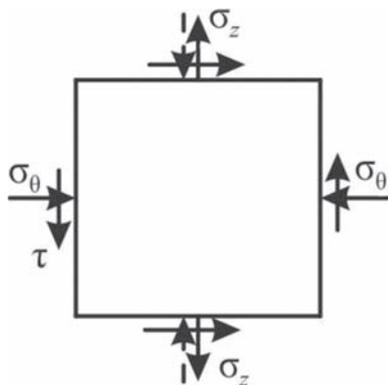


Рисунок 2 — Напряженное состояние в опасной зоне барабана мостового крана: главные напряжения  $\sigma_1 = 42$  МПа,  $\sigma_3 = -162$  МПа, интенсивность напряжений  $\sigma_{\text{инт}} = 187$  МПа

Таблица 4 — Результаты расчета по различным критериям ПС

Критерий	$\sigma_{\text{экв}}$ , МПа	$n_\sigma$
Писаренко—Лебедева	61,5	3,4
Теория аксиальных нормальных напряжений	42	5
Теория максимальных нормальных деформаций	83	2,5
Теория Мора	78	2,7
Характеристики материала: предел прочности чугуна СЧ21-40 при растяжении $\sigma_b^+ = 210$ МПа; при сжатии $\sigma_b^- = 950$ МПа; $\chi = \sigma_b^+ / \sigma_b^- = 0,22$		

которая базируется на наиболее общих характеристиках НДС (октаэдрические касательное  $\tau_{\text{окт}}$  и нормальное  $\sigma_{\text{окт}}$  напряжения) и одновременно учитывает сопротивление материалов в соответствующих условиях нагружения (параметры  $m_k$ ).

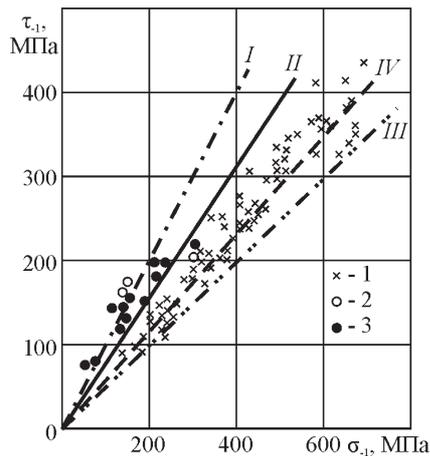
Общая гипотеза (42), как и ее частный случай,

$$f(\tau, \sigma, m_k)$$

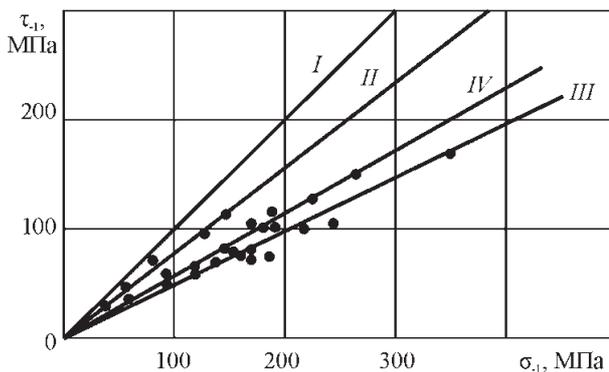
в той или иной форме конкретизированы в ряде критериев ПС (см. таблицы 2, 3).

Отметим, что все известные критерии ПС построены в результате факторного анализа: в каждой конкретной теории учитываются те факторы, которые, по мнению авторов, оказывают наиболее существенное влияние на формирование опасности данного напряженного состояния. Камень преткновения здесь — принципы подбора (выделения) факторов с оценкой их влияния. В общей гипотезе (42) подобные принципы не формализованы.

Как уже отмечалось выше, у некоторых специалистов сложилось мнение, что для каждого материала, обнаруживающего определенный комплекс физико-механических свойств, должна разрабатываться своя теория прочности, однако, как подчеркивалось на Всесоюзном совещании по прочности материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии [69], отказываться от научных обобщений



a



б

Рисунок 3 — Сопоставление 4-х теорий ПС (I, II, III, IV) с экспериментальными данными для различных материалов

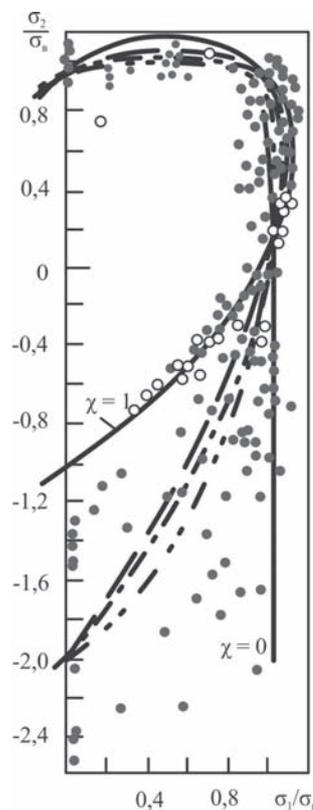


Рисунок 4 — Результаты экспериментального исследования критериев ПС при двухосном напряженном состоянии для сталей, меди, никеля, чугунов, гипса, пористого железа, бетона

по одной из важнейших проблем науки о прочности материалов и конструкций нельзя. Такие обобщения традиционно развиваются [1–13, 62]: на основе объединения и обобщения известных теорий с введением интегральных характеристик свойств определенных групп материалов; путем построения модели предельной поверхности прочности; путем термодинамического анализа процессов пластической деформации. Разумеется, могут и должны быть предложены и новые направления исследований, указанные, например, Л.И. Седовым, В.Н. Новожиловым, В.В. Болотиным и другими учеными (см., например, [70–72]). Одно из них и представлено в данной статье.

**Пара трения.** По имеющимся сведениям, разработка и систематические исследования теорий ПС пар трения специально не проводились [14–22]. Однако был выполнен анализ нескольких известных теорий прочности применительно к условиям работы пары трения (таблица 5) [15]. Из этой таблицы следует, что в общем случае эквивалентное напряжение при трении  $\sigma_{\text{экв}}^{(f)}$  пропорционально таковому в соответствующих теориях прочности ( $\sigma_{\text{экв}}^{(f)}$ )

$$\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = k \sigma_{\text{экв}}^{(f)} \tag{43}$$

Формулы для оценки коэффициента пропорциональности  $k$  приведены в таблице 5. В современной трибологии указанные критерии ПС не используют

Таблица 5 — Значения эквивалентных напряжений [15]

Гипотеза прочности	Расчетная формула $\sigma_{\text{экв}}$ для двухосного напряженного состояния	Значение $\sigma_{\text{экв}}^{(f)}$ для пары трения	Коэффициент пропорциональности $k$
а) Наибольших нормальных напряжений б) Наибольших касательных напряжений	$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1$	$\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2fp_0 = 3\tau$	3
Энергия формоизменения	$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$	$\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2fp_0\sqrt{1+\mu^2} - \mu = 3\tau\sqrt{1+\mu^2} - \mu$ , при $\mu = 0,5$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2,25\tau$	$3(1 + \mu)$
П.П. Баландина	$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1-\nu}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}\sqrt{(1-\nu)^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + 4\nu(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)}$ ; $\nu = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\sigma_{\text{сж}}}$	При $\nu \rightarrow 0$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2fp_0(1+\mu) = 3\tau(1+\mu)$ , при $\mu = 0,5$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 4,5\tau$	$3\tau\sqrt{1+\mu^2} - \mu$
		При $\nu \rightarrow 1$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 4fp_0\sqrt{1+\mu^2} - \mu = 6\tau\sqrt{1+\mu^2} - \mu$	$6\sqrt{1+\mu^2} - \mu$
И.Н. Мирюлюбова	$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1-\nu}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1+\nu}{2}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$	При $\nu \rightarrow 0$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = fp_0[(1+\mu) + \sqrt{1+\mu^2} - \mu] = 1,5\tau[(1+\mu) + \sqrt{1+\mu^2} - \mu]$ $= 1,5\tau[(1+\mu) + \sqrt{1+\mu^2} - \mu]$	$1,5\tau[(1+\mu) + \sqrt{1+\mu^2} - \mu]$
Полной потенциальной энергии	$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_2}$	$\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2fp_0\sqrt{1-\mu^2} = 3\tau\sqrt{1-\mu^2}$ ; при $\mu = 0,5$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = \frac{3}{2}\sqrt{3}\tau \approx 2,55\tau$	$3\sqrt{1-\mu^2}$
Наибольших линейных деформаций	$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \mu\sigma_2$	$\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = 2fp_0(1-\mu^2) = 3\tau(1-\mu^2)$ , при $\mu = 0,5$ $\sigma_{\text{экв}}^{(f)} = (9/4)\tau$	$3(1 - \mu^2)$

Обозначения:  $f$  — коэффициент трения;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $p_0$  — давление в центре контактной площадки;  $\tau$  — удельная сила трения

ся [14–22 и др.]. Это связано с тем, что методы расчета на трение и износ традиционно базируются не на фундаментальных решениях механики сплошной среды (деформируемого твердого тела) и теории упругости, а на механике дискретного контакта.

*Работа выполнена при поддержке Белорусского и Российского фондов фундаментальных исследований (гранты №Т14Р-033 от 23.05.2014 и №14-08-90003-Бел\_a (РФ)).*

### Список литературы

- Giurgiutiu, V. Development of Strength Theories for Random Fiber Composites / V. Giurgiutiu, K.L. Reifsnider // Journal of Composites Technology & Research. — JCTRE, April 1994. — Vol. 16, No 2. — Pp. 103–114.
- Hibbeler, R.C. Technical mechanics 2 – strength theory 5 / R.C. Hibbeler. — Munich, 2005. — 792 p.
- Mao-Hong, Yu. Unified Strength Theory and Its Applications / Yu. Mao-Hong. — Berlin: Springer, 2004. — 448 p.
- Писаренко, Г.С. Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. — Киев: Наук. думка, 1969. — 212 с.
- Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов) / М.А. Журавков. — Минск: БГУ, 2002. — 456 с.
- Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. — Киев: Наук. думка, 1975. — 704 с.
- Гольденблат, И.И. Критерии прочности конструкционных материалов / И.И. Гольденблат, В.А. Копнов. — М., 1968. — 191 с.
- Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: справ. / А.А. Лебедев [и др.]. — Киев, 1983. — 366 с.
- Журавков, М.А. Теоретические основы деформационной механики блочно-слоистого массива соляных горных пород / М.А. Журавков, М.Д. Мартыненко. — Минск: Университетское, 1995. — 255 с.
- Сосновский, Л.А. Теории предельных напряженных состояний / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелИИЖТ, 1991. — 63 с.
- Филин, А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. — Т. 1: Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. — М.: Наука, 1975. — 832 с.
- Филоненко-Бородич, М.М. Механические теории прочности / М.М. Филоненко-Бородич. — М.: Изд-во МГУ, 1961. — 91 с.
- Поль, Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения. Разрушение / Б. Поль; под ред. Г. Либовиц. — М.: Мир, 1975. — С. 336–515.
- Encyclopedia of Tribology / ed.: Q. Jane Wang, Yip-Wah Chung. — New York: Springer Science + Business Media, 2013.
- Крагельский, И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. — М.: Машиностроение, 1977. — 528 с.
- Основы трибологии: учеб. / А.В. Чичинадзе [и др.]; под ред. А.В. Чичинадзе. — М.: Машиностроение, 2001. — 663 с.
- Export praxis lexicon tribology plus / Expert-Verlag, 2000. — 952 p.
- Мышкин, Н.К. Трибология. Принципы и приложения / Н.К. Мышкин, М.И. Петроковец. — Гомель: ИММС НАНБ, 2002. — 310 с.
- Сысоев, П.В. Деформация и износ полимеров при трении / П.В. Сысоев, П.Н. Богданович, А.Д. Лизарев. — Минск: Наука и техника, 1985. — 239 с.
- Трибология: междунар. энциклопедия: в 12 т. / под общ. ред. К.Н. Войнова. — Санкт-Петербург: АНИМА–ПГУПС–СПУПС–Нестор-История, 2010–2013.
- Quinn, T.F.J. Physical analysis for tribology / T.F.J. Quinn // Cambridge University Press, 1991.
- Tribology Handbook / ed.: M.J. Neale. — Oxford: Butterworths, 1996.
- Сосновский, Л.А. Основы трибофатики / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2003. — Т. 1. — 246 с.; Т. 2. — 234 с. — Пер. на англ. яз.: L.A. Sosnovskiy. Tribo-Fatigue (wear-fatigue damage and its prediction). Ser.: Found. of Eng. Mech. — Springer, 2005. — 424 p.
- Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.
- Щербаков, С.С. Механика трибофатических систем / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. — Минск: БГУ, 2010. — 407 с.
- Богданович, А.В. Прогнозирование предельных состояний силовых систем / А.В. Богданович. — Гродно: ГрГУ им. Я. Купалы, 2008. — 372 с.
- Журавков, М.А. Фундаментальные задачи трибофатики и их практическое применение в машиностроении / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Изв. Самарского научного центра РАН. — 2011. — Т. 13, № 4(3). — С. 726–732.
- Sherbakov, S.S. Interaction of Several Bodies as Applied to Solving Tribo-Fatigue Problems / S.S. Sherbakov, M.A. Zhuravkov // Acta Mechanica. — 2013. — Vol. 224, No 3. — Pp. 1541–1553.
- Сосновский, Л.А. Трибофатика: износоусталостные повреждения в проблемах ресурса и безопасности машин / Л.А. Сосновский, Н.А. Махутов. — Москва–Гомель: ФЦНТП «Безопасность» – НПО «ТРИБОФАТИКА», 2000. — 304 с.
- Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика) / Л.А. Сосновский [и др.]; науч. ред. Л.А. Сосновский. — Гомель–Киев–Москва–Ухань, 2001. — 170 с.
- Сосновский, Л.А. Введение в трибофатику: пособие для студентов мех.-мат. факультетов / Л.А. Сосновский, М.А. Журавков, С.С. Щербаков. — Минск: БГУ, 2010. — 77 с.
- Сосновский, Л.А. Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики: курс лекций / Л.А. Сосновский, М.А. Журавков, С.С. Щербаков. — Минск: БГУ, 2010. — 488 с.
- Надежность. Риск. Качество / Л.А. Сосновский [и др.]; науч. ред. Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2012. — 358 с.
- Сосновский, Л.А. Принципы механотермодинамики / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков. — Гомель: БелГУТ, 2013. — 150 с.
- Сосновский, Л.А. К построению механотермодинамики / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков // Актуальные проблемы механики сплошной среды и прочности конструкций: материалы междунар. науч.-техн. конф. памяти В.И. Моссаковского, Днепрпетровск, 17–19 окт. 2007 г.). — Днепрпетровск, 2007. — С. 363–365.
- Сосновский, Л.А. О возможности построения механотермодинамики / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков // Наука и инновации. — 2008. — № 2 (60). — С. 24–29.
- Сосновский, Л.А. К построению механотермодинамики / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков // Теоретич. и прикладная механика. — 2009. — Вып. 24. — С. 8–21.
- Высоцкий, М.С. Механотермодинамическая система как новый объект исследования / М.С. Высоцкий, П.А. Витязь, Л.А. Сосновский // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — № 2 (15). — С. 5–10.
- Сосновский, Л.А. Об одном методе построения взаимосвязи движения, информации и повреждений в механотермодинамической системе / Л.А. Сосновский // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — № 4 (17). — С. 87–90.
- Сосновский, Л.А. Механотермодинамические системы и их состояния / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков // Машины, технологии и материалы для современного машиностроения: тр. междунар. конф., посвящ. 75-летию Института машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН, 21–22 нояб. 2013 г. — М.: ИМАШ РАН им. А.А. Благоднарова, 2013. — С. 100.
- Сосновский, Л.А. Энергетические состояния механотермодинамической системы и ее повреждение / Л.А. Сосновский, М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Актуальные вопросы машиноведения. — 2013. — Вып. 2. — С. 47–52.
- Щербаков, С.С. Обобщенная модель механотермодинамических состояний среды / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский // Теоретич. и прикладная механика: межвед. сб. науч.-методич. статей. — 2014. — Вып. 29. — С. 29–40.
- Sosnovskiy, L.A. Fundamentals of mechanothermodynamics / L.A. Sosnovskiy, S.S. Sherbakov // Тр. VI междунар. симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 окт.–1 нояб. 2010 г., Минск (Беларусь) / Редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. — Минск: БГУ, 2010. — Т. 1. — С. 757–765.
- Sosnovskiy, L.A. Mechanothermodynamical System and Its Behavior / L.A. Sosnovskiy, S.S. Sherbakov // Continuum Mech. Thermodyn. — 2012. — Vol. 24, Issue 3. — Pp. 239–256.

45. Sosnovskiy, L.A. Mechanothermodynamic Analysis of Damage in Complex Systems with Contact Interaction / L.A. Sosnovskiy, M.M. Khonsari, S.S. Sherbakov // Proceedings of the World Tribology Congress V, Torino, 8–13 September 2013. — Torino, 2013. — 4 p.
46. Александров, В.М. Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел / В.М. Александров, Д.А. Пожарский. — М.: Факториал, 1998. — 288 с.
47. Арутюнян, А.В. Контактные задачи теории ползучести / Н.Х. Арутюнян, А.В. Манжиров. — Ереван: Изд-во НАН РА, 1999. — 319 с.
48. Галин, Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л.А. Галин. — М.: Наука, 1980. — 303 с.
49. Горшков, А.Г. Динамические контактные задачи с подвижными границами / А.Г. Горшков, Д.В. Тарлаковский. — М.: Физматлит, 1995. — 352 с.
50. Горячева, И.Г. Контактные задачи в трибологии / И.Г. Горячева, М.Л. Добычин. — М.: Машиностроение, 1988. — 256 с.
51. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — М.: Мир, 1989. — 510 с.
52. Modern Tribology Handbook / ed.: Bharat Bhushan, CRC Press, 2000. — Vol. 1. — 765 p.
53. Фролов, К.В. Проблемы надежности и ресурса изделий машиностроения / К.В. Фролов // Проблемы надежности и ресурса в машиностроении. — М.: Наука, 1986. — С. 5–35.
54. Целиков, А.И. Надежность конструкций и механизмов / А.И. Целиков, Д.Н. Решетов, Б.А. Морозов // Вестн. АН СССР. — 1974. — № 12. — С. 37–42.
55. Решетов, Д.Н. Работоспособность и надежность машин / Д.Н. Решетов. — М.: Высш. шк., 1974. — 206 с.
56. Серенсен, С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, Ф.М. Шнейдерович. — М.: Машиностроение. — 1975. — 488 с.
57. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин — М.: Машиностроение, 1984. — 312 с.
58. Надежность механических частей конструкции летательных аппаратов / А.А. Кузнецов [и др.]. — М.: Машиностроение, 1979. — 144 с.
59. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин: справ. / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. — М.: Машиностроение, 1979. — 702 с.
60. Фролов, К.В. Методы совершенствования машин и современные проблемы машиностроения / К.В. Фролов. — М.: Машиностроение, 1984. — 223 с.
61. Писаренко, Г.С. Современные проблемы прочности / Г.С. Писаренко // Современные проблемы теоретической и прикладной механики. — Киев, 1978. — С. 25–52.
62. Прочность материалов и конструкций / под ред. В.Т. Трошенко [и др.]. — Киев: Академперіодика, 2005. — 1088 с.
63. Прочность, ресурс и безопасность машин и конструкций / под ред. М.А. Махутова, М.М. Гаденина. — М.: ИМАШ РАН, 2000. — 528 с.
64. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев [и др.]. — М.: Гос. науч.-техн. изд. машиностроит. литры, 1958. — 1118 с.
65. Одинг, И.А. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов / И.А. Одинг. — М.: Машиностроение, 1962. — 260 с.
66. Сосновский, Л.А. Статистическая механика усталостного разрушения / Л.А. Сосновский. — Минск, Наука и техника, 1987. — 288 с.
67. Александров, А.П. Явление хрупкого разрыва / А.П. Александров, С.Н. Журков. — М.—Л. — 1933. — 54 с.
68. Фрейденталь, А.М. Статистический подход к хрупкому разрушению / А.М. Фрейденталь // Разрушение. — Т. 2: Математические основы теории разрушения. — М., 1975. — С. 616–645.
69. Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии: тр. Всесоюз. Сов. — Киев, 1978. — 332 с.
70. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях / под ред. Г.С. Писаренко. — Киев, 1980. — Т. 1. — 535 с; Т. 2. — 761 с.
71. Седов, Л.И. О перспективных направлениях и задачах механике сплошных сред / Л.И. Седов // Современные проблемы теоретической и прикладной механики. — Киев, 1978. — С. 7–28.
72. Новожилов, В.Н. Пути развития теории деформирования поликристаллов / В.Н. Новожилов // Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1984. — С. 11–24.

**SOSNOVSKIY Leonid A., Dr. Techn. Sc., Professor**

Director

E-mail: tribo-fatigue@mail.ru

S&P Group Tribofatigue Ltd, Gomel, Republic of Belarus

**ZHURAVKOV Michael A., Dr. Phys.-Math. Sc., Professor**

Minister of Education of the Republic of Belarus

Ministry of Education of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**SHERBAKOV Sergei S., Cand. Phys.-Math. Sc., Associate Professor**

Associate Professor of the Theoretical and Applied Mechanics Department of the Mechanical and Mathematical Faculty<sup>1</sup>

**BOGDANOVICH Alexander V., Dr. Techn. Sc.**

Professor of the Theoretical and Applied Mechanics Department<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus

**MAKHUTOV Nikolay A., Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Dr. Techn. Sc., Professor**

Chief Researcher<sup>2</sup>

**ZATSARINNYI Vladimir V., Cand. Techn. Sc.**

Leading Researcher of the Laboratory of Mechanics Failure and Liveness<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Received 29 April 2015.

# FUNDAMENTAL LAWS OF THE ULTIMATE STATE OF OBJECTS AT THE COMBINED EFFECTS OF MULTI-PARAMETER POWER FACTORS AND THERMODYNAMIC ENVIRONMENT. PART I

*It is a survey-analytical article, which describes a number of criteria of limit states (LS) of complex objects and identifies methods to measure all the parameters necessary for it practical use. It presents the energy theory of LS of tribo-fatigue and mechanothermodynamical (MTD) systems, taking into account the interaction dialectics of efficient energies and therefore irreversible damages under fatigue loading, friction and temperature influence. The fundamental laws of the LS at the combined effects of multi-parameter power factors and the environment are analysed. The experimentally grounded (over 600 experimental results) fundamental MTD function of forecast evaluation of different LS (static, fatigue, contact fracture) for pure metals, non-ferrous alloys, constructional steels and polymer materials is presented.*

**Keywords:** LS, tribo-fatigue system, MTD system, theory of strength, criteria of LS, effective energy of potential deformation,  $\Lambda$ -interaction of effective energies (damages), MTD function of critical states, multicriteria diagram of LS of tribo-fatigue systems

## References

- Giurgiutiu V., Reifsnider K.L. Development of Strength Theories for Random Fiber Composites. *Journal of Composites Technology & Research*, JCTRE, April 1994, vol. 16, no. 2, pp. 103–114.
- Hibbeler R.C. *Technical mechanics 2 – strength theory 5*. Munich, 2005. 792 p.
- Mao-Hong Yu. *Unified Strength Theory and Its Applications*. Berlin, 2004. 448 p.
- Pisarenko G.S., Lebedev A.A. *Soprotivlenie materialov deformirovaniyu i razrusheniju pri slozhnom napryazhennom sostojanii* [Resistance materials deformation and failure under complex stress state]. Kiev, 1969. 212 p.
- Zhuravkov M.A. *Matematicheskoe modelirovanie deformacionnykh processov v tverdykh deformiruemyykh sredakh (na primere zadach mehaniki gornyykh porod i massivov)* [Mathematical modeling of deformation processes in deformable solid medium (for example problems in the mechanics of rocks and arrays)]. Minsk, 2002. 456 p.
- Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. *Spravochnik po soprotivleniju materialov* [Handbook of resistance of materials]. Kiev, 1975. 704 p.
- Goldenblat I.I., Kopnov V.A. *Kriterii prochnosti konstrukcionnykh materialov* [Criteria for strength of structural materials]. Moscow. 191 p.
- Lebedev A.A. [et al.]. *Mechanicheskie svoystva konstrukcionnykh materialov pri slozhnom napryazhennom sostojanii* [The mechanical properties of structural materials under complex stress state]. Kiev, 1983. 366 p.
- Zhuravkov M.A., Martynenko M.D. *Teoreticheskie osnovy deformacionnoy mehaniki blochno-sloistogo massiva soljanykh gornyykh porod* [Theoretical foundations of deformation mechanics block-layered array of rock salt]. Minsk, 1995. 255 p.
- Sosnovskiy L.A. *Teorii predel'nykh napryazhennykh sostojanii* [Theories limit stress states]. Gomel, 1991. 63 p.
- Filin A.P. *Prikladnaya mehanika tverdogo deformiruemogo tela. — T. 1: Soprotivlenie materialov s jelementami teorii sploshnykh sred i stroitel'noj mehaniki* [Applied mechanics of deformable body, vol.1. Resistance of materials with elements of the theory of continuum mechanics and structural mechanics]. Moscow, 1975. 832 p.
- Filonenko-Borodich M.M. *Mechanicheskie teorii prochnosti* [The mechanical theory of strength]. Moscow, 1961. 91 p.
- Pol B., Liebovitz G. ed. *Makroskopicheskie kriterii plasticheskogo techenija i hrupkogo razrushenija. Razrushenie. T. 2: Matematicheskie osnovy teorii razrushenija* [Macroscopic criterion for plastic flow and brittle. Destruction. Vol. 2. Mathematical foundations of the theory of fracture]. Moscow, 1975, pp. 336–515.
- Wang Q. Jane, Chung Yip-Wah eds. *Encyclopedia of Tribology*. New York: Springer Science + Business Media, 2013.
- Kragelsky I.V., Dobychin M.N., Kombalov V.S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos* [The basis of calculation for friction and wear]. Moscow, 1977. 526 p.
- Chichinadze A.V. ed. *Osnovy tribologii* [Fundamentals of tribology]. Moscow, 2001. 663 p.
- Export praxis lexicon tribology plus*. Expert-Verlag, 2000. 952 p.
- Myshkin N.K., Petrokovets M.I. *Tribologija. Principy i prilozhenija* [Tribology. Principles and Applications]. Gomel, 2002. 310 p.
- Sysoev P.V., Bogdanovich P.N., Lizarev A.D. *Deformacija i iznos polimerov pri trenii* [Deformation and wear of the friction polymers]. Minsk, 1985. 239 p.
- Voinov K.N. ed. *Tribologija: mezhdunar. jenciklopedija* [Tribology: International Encyclopedia]. Saint Petersburg, 2010–2013.
- Quinn T.F.J. *Physical analysis for tribology*. Cambridge University Press. 1991.
- Neale M.J. ed. *Tribology Handbook*. Oxford, Butterworths, 1996.
- Sosnovskiy L.A. *Osnovy tribofatiki* [Fundamentals of Tribo-Fatigue]. Gomel, 2003, vol.1. 246 p., vol.2. 234 p. Translated into English: Sosnovskiy L.A. Tribo-Fatigue (wear-fatigue damage and its prediction). Ser.: Found. of Eng. Mech. Springer, 2005. 424 p.
- Sosnovskiy L.A. *Mehanika iznosoustalostnogo povrezhdenija* [Mechanics of wear-fatigue damage]. Gomel, 2007. 434 p.
- Sherbakov S.S., Sosnovskiy L.A. *Mehanika tribofaticheskikh sistem* [Mechanics of Tribo-Fatigue systems]. Minsk, 2010. 407 p.
- Bogdanovich A.V. *Prognozirovanie predel'nykh sostojanii silovykh sistem* [Prediction of limit states of active systems]. Grodno, 2008. 372 p.
- Zhuravkov M.A., Sherbakov S.S. *Fundamental'nye zadachi tribofatiki i ih prakticheskoe primenenie v mashinostroenii* [The fundamental tasks of Tribo-Fatigue and their practical application in engineering]. *Izvestija Samarskogo nauchnogo centra RAN* [News of Samara Scientific Center of RAS], 2011, vol.13, no. 4(3), pp.726–732.
- Sherbakov S.S., Zhuravkov M.A. *Interaction of Several Bodies as Applied to Solving Tribo-Fatigue Problems. Acta Mechanica*, 2013, vol. 224, no. 3, pp. 1541–1553.
- Sosnovskiy L.A., Makhutov N.A. *Tribofatika: iznosoustalostnye povrezhdenija v problemah resursa i bezopasnosti mashin* [Tribo-fatigue: wear-fatigue damage problem of resources and the safety of machines]. Moscow–Gomel, 2000.
- Sosnovskiy L.A. ed. *Iznosoustalostnye povrezhdenija i ih prognozirovanie (tribofatika)* [Wear-fatigue damage and forecasting (Tribo-Fatigue)]. Gomel, Kiev, Moscow, Uhan, 2001. 170 p.
- Sosnovskiy L.A., Zhuravkov M.A., Sherbakov S.S. *Vvedenie v tribofatiku: posobie dlja studentov meh.-mat. fakul'tetov* [Introduction to Tribo-Fatigue: A guide for students of Mechanics and Mathematics faculty]. Minsk, 2010. 77 p.
- Sosnovskiy L.A., Zhuravkov M.A., Sherbakov S.S. *Fundamental'nye i prikladnye zadachi tribofatiki: kurs lekcij* [Fundamental and applied problems of Tribo-Fatigue: lectures]. Minsk, 2010. 488 p.
- Sosnovskiy L.A. [et al.]. *Nadezhnost'. Risk. Kachestvo* [Reliability. Risk. Quality]. Gomel, 2012. 358 p.
- Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. *Principy mehanotermodinamiki* [Principles of mechanothermodynamics]. Gomel, 2013. 150 p.
- Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. *K postroeniju mehanotermodinamiki [To build of mechanothermodynamics]. Materialy mezhdunar. nauch.-tehn. konf. pamjati V.I. Mossakovskogo "Aktual'nye problemy mehaniki sploshnoj sredy i prochnosti konstrukcij"* [Proc. of International scientific conference in memory of V.I. Mossakovskii "Actual problems of continuum mechanics and strength of structures"]. Dnepropetrovsk, 2007, pp. 363–365.
- Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. *O vozmozhnosti postroenija mehanotermodinamiki* [The possibility of constructing of mechanothermodynamics]. *Nauka i innovacii* [Science and Innovation], 2008, no. 2 (60), pp. 24–29.

37. Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. K postroeniju mehanotermodinamiki [To build of mechanothermodynamics]. *Teoretich. i prikladnaja mehanika* [Theoretical and Applied Mechanics. International Scientific and Technical Journal], 2009, no. 24, pp. 8–21.
38. Vysotsky M.S., Vityaz P.A., Sosnovskiy L.A. *Mehanotermodinamicheskaja sistema kak novyj obekt issledovaniya* [Mechanothermodynamical system as a new object of study]. *Mehanika mashin, mehanizmov i materialov* [Mechanics of machines, mechanisms and materials], 2011, no. 2(15), pp. 5–10.
39. Sosnovskiy L.A. Ob odnom metode postroenija vzaimosvjazi dvizhenija, informacii i povrezhdenij v mehanotermodinamicheskoy sisteme [A method for constructing the relationship of movement, information and faults in the mechanothermodynamical system]. *Mehanika mashin, mehanizmov i materialov* [Mechanics of machines, mechanisms and materials], 2011, no. 4(17), pp. 87–90.
40. Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. Mehanotermodinamicheskie sistemy i ih sostojanija [Mechanothermodynamical systems and their conditions]. *Trudy mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennoj 75-letiju Instituta mashinovedeniya im. A.A. Blagonravova RAN "Mashiny, tehnologii i materialy dlja sovremennogo mashinostroeniya"* [Proc. of International conference dedicated to the 75th anniversary of the Institute of Mechanical Engineering name A.A. Blagonravov RAS "Machines, technologies and materials for modern engineering"]. Moscow, 2013. 100 p.
41. Sosnovskiy L.A., Zhuravkov M.A., Sherbakov S.S. Jenergeticheskie sostojanija mehanotermodinamicheskoy sistemy i ee povrezhdenie [Energy states of mechanothermodynamical system and its damage]. *Aktual'nye voprosy mashinovedeniya* [Topical issues of Mechanical Engineering. Collection of scientific papers]. Minsk, 2013, no. 2, pp. 47–52.
42. Sherbakov S.S., Sosnovskiy L.A. Obobshhennaja model' mehanotermodinamicheskikh sostojanij sredy [Generalized model of mechanothermodynamical environmental conditions]. *Teoreticheskaja i prikladnaja mehanika: mezhdzvedomstvennyj sbornik nauchno-metodicheskikh statej* [Theoretical and Applied Mechanics: Interdepartmental collection of scientific and methodological articles]. Minsk, 2014, no. 29, pp. 29–40.
43. Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. *Fundamentals of mechanothermodynamics. Proc. of VI International Symposium on Tribo-Fatigue (ISTF 2010)*. Minsk, 2010, vol. 1, pp. 757–765.
44. Sosnovskiy L.A., Sherbakov S.S. *Mechanothermodynamical System and Its Behavior. Continuum Mech. Thermodyn.* 2012, vol. 24, no. 3, pp. 239–256.
45. Sosnovskiy L.A., Khonsari M.M., Sherbakov S.S. *Mechanothermodynamic Analysis of Damage in Complex Systems with Contact Interaction*. Proc. of the World Tribology Congress V. Torino, 2013. 4 p.
46. Alexandrov V.M., Pozharsky D.A. *Neklassicheskie prostranstvennye zadachi mehaniki kontaktnyh vzaimodejstvij uprugih tel* [Non-classical spatial problems of mechanics of contact interactions of elastic bodies]. Moscow, 1998. 288 p.
47. Arutyunyan N.H., Manzhirou A.V. *Kontaktnye zadachi teorii polzuchestij* [Contact problems of the theory of creep]. Erevan, 1999. 319 p.
48. Galin L.A. *Kontaktnye zadachi teorii uprugosti i vjzskouprugosti* [Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity]. Moscow, 1980. 303 p.
49. Gorshkov A.G., Tarlakovsky D.V. *Dinamicheskie kontaktnye zadachi s podvizhnymi granicami* [Dynamic contact problems with moving boundaries]. Moscow, 1995. 352 p.
50. Goryacheva I.G., Dobychin M.N. *Kontaktnye zadachi v tribologii* [Contact problems in tribology]. Moscow, 1988. 256 p.
51. Johnson K. *Mehanika kontaktnogo vzaimodejstviya* [The mechanics of contact interaction]. Moscow, 1989. 510 p.
52. Bhusan B. ed. *Modern Tribology Handbook*. CRC Press, 2000, vol. 1. 765 p.
53. Frolov K.V. Problemy nadezhnosti i resursa izdelij mashinostroeniya [Problems of reliability and service life of products of mechanical engineering]. *Problemy nadezhnosti i resursa v mashinostroenii* [Problems of reliability and service life in mechanical engineering]. Moscow, 1986, pp. 5–35.
54. Tselikov A.I., Reshetov D.N., Morozov B.A. Nadezhnost' konstrukcij i mehanizmov [Reliability of structures and mechanisms]. *Vestn. AN SSSR* [Journal of the Academy of Sciences of the USSR], 1974, no. 12, pp. 37–42.
55. Reshetov D.N. *Rabotosposobnost' i nadezhnost' mashin* [The efficiency and reliability of machines]. Moscow, 1974. 206 p.
56. Serensen S.V., Kogaev V.P., Shneyderovich F.M. *Nesushhaja sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost'* [Load bearing capacity and calculations of machine parts strength]. Moscow, 1975. 488 p.
57. Bolotin V.V. *Prognozirovanie resursa mashin i konstrukcij* [Predicting resource of machines and structures]. Moscow, 1984. 312 p.
58. Kuznetsov A.A. [et al.]. *Nadezhnost' mehanicheskikh chastej konstrukcij letatel'nyh apparatov* [The reliability of the mechanical parts of the aircraft structure]. Moscow, 1979. 144 p.
59. Birger I.A., Shorr B.F., Ioslevich G.B. *Raschet na prochnost' detalej mashin: spravochnik* [Strength analysis of machine parts. Handbook]. Moscow, 1979. 702 p.
60. Frolov K.V. *Metody sovershenstvovaniya mashin i sovremennye problemy mashinostroeniya* [Methods of improving the machines and modern problems of mechanical engineering]. Moscow, 1984. 223 p.
61. Pisarenko G.S. Sovremennye problemy prochnosti [Modern problems of strength]. *Sovremennye problemy teoreticheskoy i prikladnoj mehaniki* [Modern Problems of Theoretical and Applied Mechanics]. Kiev, 1978, pp. 25–52.
62. Troshchenko V.T. [et al.] eds. *Prochnost' materialov i konstrukcij* [Strength of Materials and Structures]. Kiev, 2005. 1088 p.
63. Makhutov N.A., Gadenin M.M. eds. *Prochnost', resurs i bezopasnost' mashin i konstrukcij* [Strength, life and safety of machines and structures]. Moscow, 2000. 528 p.
64. Ponomarev S.D. [et al.]. *Raschety na prochnost' v mashinostroenii* [Calculations of strength in mechanical engineering]. Moscow, 1958. 1118 p.
65. Oding I.A. *Dopuskaemye naprjazhenija v mashinostroenii i ciklicheskaja prochnost' metallov* [Allowable stresses in mechanical engineering and metal fatigue strength]. Moscow, 1962. 260 p.
66. Sosnovskiy L.A. *Statisticheskaja mehanika ustalostnogo razrusheniya* [Statistical mechanics of fatigue fracture]. Minsk, 1987. 288 p.
67. Alexandrov A.P., Zhurkov S.N. Javlenie hrupkogo razryva [The phenomenon of brittle fracture]. Moscow, 1933. 54 p.
68. Freudenthal A.M. Statisticheskij podhod k hrupkomu razrusheniju [The statistical approach to brittle fracture]. *Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya* [Mathematical foundations of the theory of fracture]. Moscow, 1975, pp. 616–645.
69. *Prochnost' materialov i jelementov konstrukcij pri slozhnom naprjazhennom sostojanii* [The strength of materials and structural elements under complex stress state]. Tr. Vsesojuzn. Sov. [Proceedings of the All-Union Meeting]. Kiev, 1978. 332 p.
70. Pisarenko G.S. ed. *Prochnost' materialov i jelementov konstrukcij v jekstremal'nyh uslovijah* [The strength of materials and structural elements under extreme conditions]. Kiev, vol. 1. 535 p; vol. 2. 761 p.
71. Sedov L.I. O perspektivnyh napravlenijah i zadachah mehanike sploshnyh sred [On the promising directions and problems of continuum mechanics]. *Sovremennye problemy teoreticheskoy i prikladnoj mehaniki* [Modern Problems of Theoretical and Applied Mechanics]. Kiev, 1978, pp. 7–28.
72. Novozhilov V.N. Puti razvitiya teorii deformirovaniya polikristallov [Ways of development of the theory of deformation of polycrystalline]. *Nelinejnye modeli i zadachi mehaniki deformiruemogo tverdogo tela* [Non-linear models and problems of solid mechanics]. Moscow, 1984, pp. 11–24.