

# ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.833

М.М. КАНЕ, д-р техн. наук, проф.  
профессор кафедры «Технология машиностроения»<sup>1</sup>  
E-mail: kane\_08@mail.ru

В.К. ШЕЛЕГ, д-р техн. наук, проф., чл.-корр. НАН Беларуси  
заведующий кафедрой «Технология машиностроения»<sup>1</sup>  
E-mail: sheleh\_v@tut.by

М.А. КРАВЧУК  
старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения»<sup>1</sup>  
E-mail: m.kravchuk@bntu.by

<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 31.07.2020.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЕН ЧЕРВЯЧНЫМИ ФРЕЗАМИ

*В работе рассмотрены вопросы влияния режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен червячными фрезами на параметры качества поверхности обработанных зубьев, выбора режимов зубофрезерования, актуальность выполненного исследования, возможность использования его результатов для проектирования технологических процессов изготовления цилиндрических шестерен, управления качеством поверхностей зубьев как при зубонарезании, так и в готовых шестернях, приведены методика, условия и основные результаты экспериментального исследования влияния режимов зубофрезерования червячной фрезой (подачи  $S$ , мм/мин; скорости резания  $V$ , м/мин) цилиндрических шестерен на параметр шероховатости  $R_a$ , мкм; микротвердость  $H_{\mu}$ , МПа; остаточные напряжения 1-го и 2-го родов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , МПа; поверхностей зубьев. Показано, в частности, что зависимость  $R_a$  от  $V$  и  $S$  с достаточной точностью (средняя относительная ошибка уравнения связи  $\varepsilon_{cp}$  составляет 5,2–26,5 %) может быть описана полиномом 1-й степени, а зависимости  $H_{\mu}$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  от  $V$  и  $S$  с достаточной точностью ( $\varepsilon_{cp} = 4,7–12,8$  %) могут быть описаны полиномом 2-й степени. Установлено, что подача  $S$  оказывает в 2,5–14 раз большее влияние на изменение  $R_a$ ,  $H_{\mu}$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , чем скорость резания  $V$  при зубофрезеровании цилиндрических шестерен. Предложена и описана методика оптимизации режимов резания  $S$  и  $V$  с учетом их влияния на основные параметры процесса зубофрезерования цилиндрических шестерен червячными фрезами.*

**Ключевые слова:** качество поверхности зубьев цилиндрических шестерен, зубофрезерование червячной фрезой, шероховатость поверхности, микротвердость поверхности, остаточные напряжения 1-го и 2-го родов в поверхностях зубьев шестерен, оптимизация режимов резания

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-19-27>

**Введение.** На первом этапе данного исследования был выполнен анализ взаимосвязей режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен червячными фрезами (подачи  $S$ , мм/мин; и скорости резания  $V$ , м/мин) с параметрами качества

поверхностей зубьев (параметром шероховатости  $R_a$ , мкм; микротвердостью  $H_{\mu}$ , МПа; остаточными напряжениями 1-го и 2-го родов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , МПа). Анализ имеющихся публикаций показал, что этому вопросу посвящено незначительное число работ.

В работе [1] изучено влияние подачи и некоторых параметров фрезы и условий резания на параметр шероховатости поверхностей зубьев  $R_z$ . Сделан вывод о том, что подача незначительно влияет на высоту микронеровностей, но это влияние возрастает с увеличением модуля нарезаемой шестерни. Отмечено, что значение  $R_z$  увеличивается с ростом силы резания и амплитуды ее колебания.

Окружная сила резания (главная составляющая равнодействующей силы сопротивления металла резанию) при зубофрезеровании червячной фрезой может быть рассчитана по формуле [2]:

$$P_z = C_p m^{1.4} S^{0.95} V^{-0.28} t^{1.4} k_{10} k_M 9,8,$$

где  $C_p$  — коэффициент, учитывающий влияние постоянных факторов на силу резания (для червячных фрез  $C_p = 15$ );  $k_{10}$  — коэффициент, учитывающий заходность фрезы (при числе заходов  $z_{10} = 1$ ,  $k_{10} = 1$ );  $k_M = 1 \dots 0,5$  — коэффициент, учитывающий твердость материала колес (например, для стали 45  $k_M = 1$ );  $m$  — модуль зубьев колеса;  $t$  — толщина среза, мм.

Таким образом, при заданных параметрах нарезаемого колеса ( $z$ ,  $m$ ) и червячной фрезы (углы резания, радиус скругления режущей кромки, материал) основными факторами, влияющими на силы резания и микронеровности нарезаемых зубьев при зубофрезеровании червячной фрезой, являются режимы резания  $V$ ,  $S$  и  $t$ . Исходя из кинематики зубонарезания червячными фрезами, значения  $S$  и  $t$  тесно взаимосвязаны. Рост  $S$  приводит к увеличению  $t$ .

В то же время в работе [2] отмечается, что при чистовом зубонарезании значение подачи ограничено требованиями к шероховатости и волнистости поверхности зубьев. Эти противоречивые результаты свидетельствуют о необходимости уточнения влияния режимов зубофрезерования на параметр шероховатости поверхности зубьев в современных условиях зубообработки.

Исследования влияния режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен на шероховатость поверхностей зубьев выполнены для мелкомодульных шестерен в основном при оценке эффективности влияния ультразвуковых колебаний при введении их в зону резания в работах С.И. Агапова, В.П. Егорова, Ю.П. Прудникова, А.С. Тарапанова, Г.А. Харламова, Н.А. Харламова [3, 4] и др. Эти исследования выполнены преимущественно в лабораторных условиях с использованием устаревшего оборудования.

Публикации об исследованиях влияния режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен на физико-механические свойства поверхностей обработанных зубьев (микротвердость, остаточные напряжения и др.) для современных условий зубообработки в настоящее время отсутствуют.

При зубофрезеровании цилиндрических шестерен, как и при резании вообще, изменение сил

резания влияет на основные характеристики качества обрабатываемой поверхности.

А.А. Маталиным, П.Е. Дьяченко, П.И. Ящерицыным, Э.В. Рыжовым, А.Г. Суловым, В.П. Федоровым, Н.А. Подосеновой, Г.А. Дерягиным, И.А. Биргером, В.А. Кравченко и др. [5, 6] выполнены исследования влияния режимов резания на параметры качества обработанных поверхностей при точении, фрезеровании, шлифовании, некоторых методах отделочно-упрочняющей обработки. Было показано, в частности, что подача в наибольшей степени влияет на силы резания и уровень деформационного упрочнения (наклепа) поверхности обрабатываемой детали. Скорость резания определяет в значительной степени температуру в зоне резания, продолжительность воздействия деформирующих сил на металл. Поэтому с ростом скорости резания могут иметь место процессы разупрочнения, поверхностной закалки обрабатываемой заготовки, возникновения растягивающих остаточных напряжений и др. Увеличение подачи вызывает рост шероховатости, степени и глубины наклепа, сжимающих остаточных напряжений.

При резании металлов под действием силовых и тепловых процессов в зоне резания происходят явления упрочнения и разупрочнения металла, изменяется микротвердость обработанной поверхности и возникают остаточные напряжения в поверхностном слое. При резании пластическая деформация вызывает наклеп поверхности, за счет чего последняя упрочняется, повышается ее микротвердость и снижается пластичность. Нагрев металла при резании приводит к его разупрочнению, частичному возвращению в исходное состояние. Конечное состояние поверхностного слоя определяется соотношением процессов упрочнения и разупрочнения, зависящих от преобладания в зоне резания силового или теплового факторов. Определенную роль во взаимодействии этих процессов могут играть и свойства металла, характеризующиеся, в частности, его твердостью НВ.

Для проектирования процессов изготовления цилиндрических шестерен необходимо знать степень влияния режимов резания на различные параметры их качества. Выполненный нами ранее анализ пооперационного изменения характеристик качества поверхностей зубьев при обработке цилиндрических шестерен [7] показал, что имеет место технологическое наследование этих характеристик на основных операциях обработки зубьев. В результате при зубонарезании формируется до 54 % дисперсии этих характеристик для шестерен, прошедших после зубонарезания операции шевингования, ХТО, зубохонингования, зубообкатки. Моделирование взаимосвязей характеристик качества поверхностей зубьев с режимами зубофрезерования открывает возможности управления этими характеристиками как при зубофрезеровании, так и в готовых шестернях.

Таким образом, выполненный анализ состояния вопроса моделирования влияния режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен червячными фрезами на параметры качества поверхностей зубьев позволяет сделать следующие выводы.

1. Влияние режимов резания на параметры качества поверхностей зубьев цилиндрических шестерен средних модулей ( $m = 2,0\text{--}6,0$  мм) должно иметь место. Однако эти взаимосвязи изучены недостаточно и полученные выводы противоречивы.

2. Выводы о степени влияния режимов зубофрезерования на шероховатость поверхностей зубьев мелко модульных шестерен ( $m = 0,5, \dots, 2,0$  мм) также противоречивы. Эти исследования выполнены в основном в специфических условиях (при введении ультразвуковых колебаний в зону резания) и на устаревшем оборудовании.

3. Знание указанных взаимосвязей позволит повысить качество проектирования технологических процессов изготовления цилиндрических шестерен, откроет возможности управления качеством шестерен за счет выбора рациональных значений режимов зубофрезерования шестерен.

4. Задача моделирования влияния режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен средних модулей в современных производственных условиях на параметры качества поверхностей зубьев является актуальной.

На втором этапе данного исследования нами была предложена методика оптимизации требований к режимам зубофрезерования цилиндрических шестерен червячными фрезами, обеспечивающая необходимые значения параметров качества поверхностей и точности зубьев, показателей эффективности данного процесса. Рассмотрим принятые в настоящее время методы выбора требований к режимам зубофрезерования цилиндрических шестерен средних модулей червячными фрезами.

Справочник [2] рекомендует при черновом зубофрезеровании принимать максимально возможную подачу, допустимую мощностью главного привода станка, а при чистовом — шероховатостью и волнистостью поверхности зубьев. Скорость резания справочник [2] рекомендует определять, исходя из принятой подачи и необходимой стойкости фрезы, механических свойств обрабатываемого материала (твердости НВ), модуля обрабатываемого колеса. Значения скорости рекомендуется определять либо по эмпирическим формулам, либо по таблицам, использующим рекомендации нормативов режимов резания [8]. По этим же нормативам справочник [2] рекомендует принимать и подачу. При этом учитываются лишь два диапазона значений  $R_z$ : 20–40 и 10 мкм при назначении подачи при чистовом зубонарезании.

В наиболее распространенном в настоящее время справочнике [9] выбор подачи при зубофрезеровании цилиндрических шестерен червячными фрезами рекомендуется производить в за-

висимости от характера обработки (черновая или чистовая), обрабатываемого материала, модуля, числа зубьев и угла их наклона. Выбор скорости резания рекомендуется производить в зависимости от характера обработки, подачи, модуля нарезаемого колеса, обрабатываемого материала, числа проходов, материала режущей части фрезы.

Как видно из приведенных данных, в настоящее время режимы резания червячными фрезами обычно назначают, исходя из минимальных затрат на зубообработку. При этом за основу принимают значения стойкости и износа зубьев фрезы по задней поверхности. Требования к шероховатости поверхностей обработанных зубьев укрупненно учитываются в рекомендациях [2, 8], требования к точности обработанных зубьев укрупненно учитываются путем разделения зубообработки на черновую и чистовую в рекомендациях [9]. Это не позволяет управлять качеством обрабатываемых шестерен при их зубофрезеровании, т. к. для выбранного оборудования и оснастки технолог может изменять лишь требования к режимам резания и к точности заготовок. Для целенаправленного изменения режимов резания при зубонарезании необходимо знать их взаимосвязи с характеристиками качества шестерен и иметь методику оптимизации требований к режимам зубонарезания, обеспечивающим необходимое качество шестерен и эффективности процесса зубонарезания.

**Целью данной статьи** является представление методики и результатов выполненного нами исследования процесса зубофрезерования цилиндрических шестерен, направленного на повышение эксплуатационных свойств шестерен за счет технологического обеспечения требований к параметрам качества поверхностей зубьев.

**Методика исследования.** Исследование было выполнено в условиях ОАО «Минский завод шестерен» на зубофрезерном полуавтомате модели 5В312 при обработке шестерен ( $m \sim 3\text{--}5$  мм) из сталей 25ХГТ, 20ХНЗА, 40Х, характерных для шестерен автотракторных трансмиссий.

Сначала авторами было выполнено исследование формы корреляционных зависимостей рассматриваемых параметров качества зубчатых колес от режимов зубофрезерования по схеме полного факторного эксперимента (ПФЭ) с добавлением пяти опытов в центре плана. Используемая при этом матрица планирования эксперимента приведена в таблице 1.

Анализ полученных линий регрессии (рисунки 1–4) позволил предположить, что взаимосвязи  $R_a$  с  $V$  и  $S$  можно считать линейными, а  $H_{\mu}$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  с  $V$  и  $S$  — нелинейными. Поэтому в дальнейшем более углубленные исследования указанных линейных взаимосвязей нами были выполнены по схеме ПФЭ (см. таблицу 1, первые 4 опыта), а нелинейных зависимостей — по схеме рототабельного центрального композиционного планирования (РЦКП), матрица которого приведена в таблице 2.

Таблица 1 — Матрица эксперимента при предварительном исследовании взаимосвязей параметров качества поверхностей зубьев шестерен с режимами зубофрезерования  
 Table 1 — Design matrix when preliminarily studying the relations between the quality parameters of gear teeth surfaces and gear milling modes

№ опыта	Факторы		Результаты параллельных опытов		
	$X_1$	$X_2$	$Y_{j1}$	$Y_{j2}$	$Y_{j3}$
1	-1	-1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{13}$
2	+1	-1	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_{23}$
3	-1	+1	$Y_{31}$	$Y_{32}$	$Y_{33}$
4	+1	+1	$Y_{41}$	$Y_{42}$	$Y_{43}$
5	0	-1	$Y_{51}$	$Y_{52}$	$Y_{53}$
6	-1	0	$Y_{61}$	$Y_{62}$	$Y_{63}$
7	+1	0	$Y_{71}$	$Y_{72}$	$Y_{73}$
8	0	+1	$Y_{81}$	$Y_{82}$	$Y_{83}$
9	0	0	$Y_{91}$	$Y_{92}$	$Y_{93}$

$X_1$  — скорость резания  $V$ , м/мин  
 $X_2$  — подача  $S$ , мм/мин  
 (-1) — нижний уровень факторов  $X_1$  и  $X_2$   
 (+1) — верхний уровень факторов  $X_1$  и  $X_2$   
 (0) — средний уровень факторов  $X_1$  и  $X_2$

Измерения по схеме ПФЭ и РЦКП выполняли при обработке шестерен на одном станке одной червячной фрезой при ее постоянной настройке. Каждый опыт повторяли 3 раза. Для измерений параметров качества поверхности зубьев после зубофрезерования из обработанной шестерни вырезали 4 зуба, равномерно расположенных по окружности колеса. Из четырех результатов измерений по каждому зубу в расчетах использовали максимальное значение. Измерения  $R_a$  производили с помощью профилографа-профилометра в трех зонах

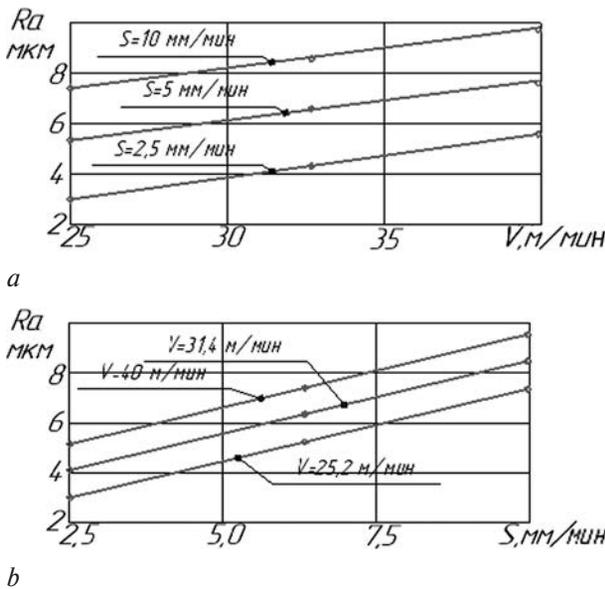


Рисунок 1 — Эмпирические зависимости  $R_a = f(V)$  (a) и  $R_a = f(S)$  (b) (сталь 25ХГТ)  
 Figure 1 — Empirical dependencies  $R_a = f(V)$  (a) and  $R_a = f(S)$  (b) (25KhGT (25KhGT) steel)

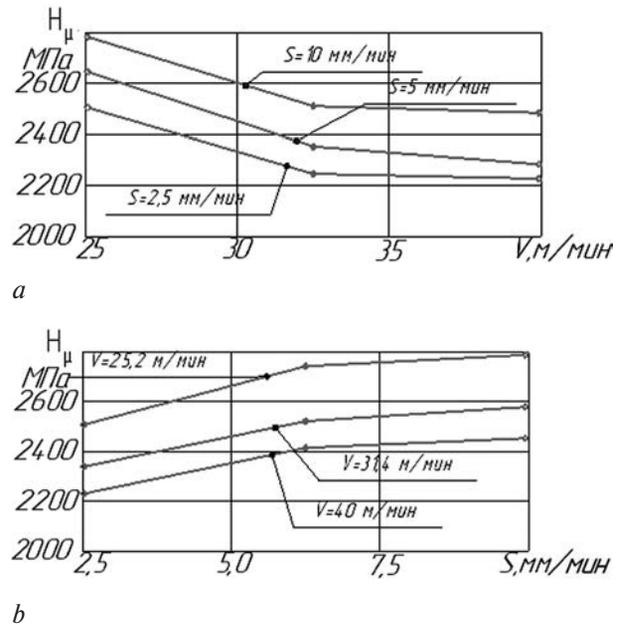


Рисунок 2 — Эмпирические зависимости  $H_\mu = f(V)$  (a) и  $H_\mu = f(S)$  (b) (сталь 40X)  
 Figure 2 — Empirical dependencies  $H_\mu = f(V)$  (a) and  $H_\mu = f(S)$  (b) (40X (40Kh) steel)

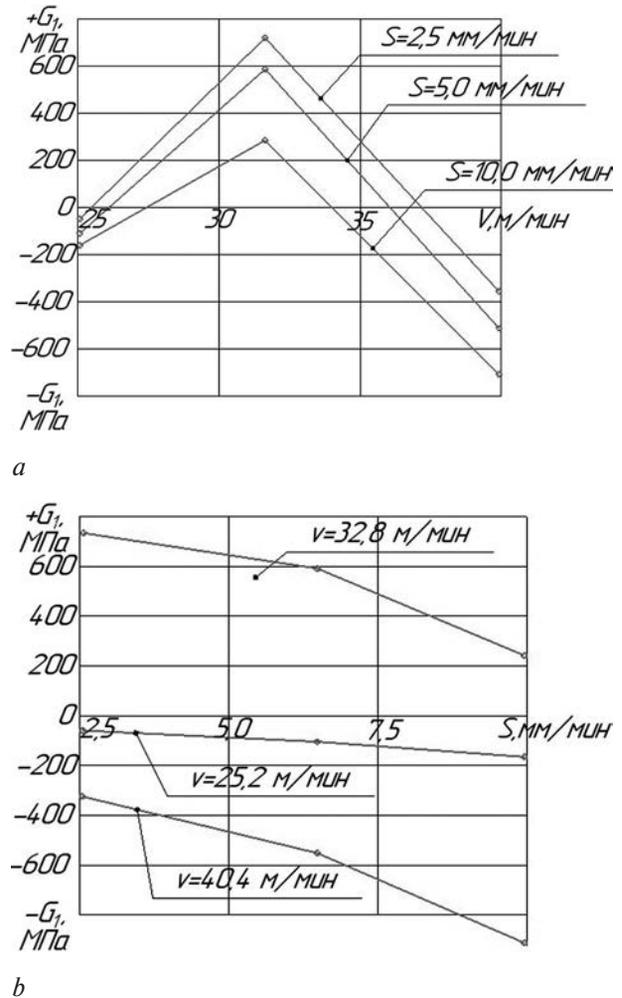
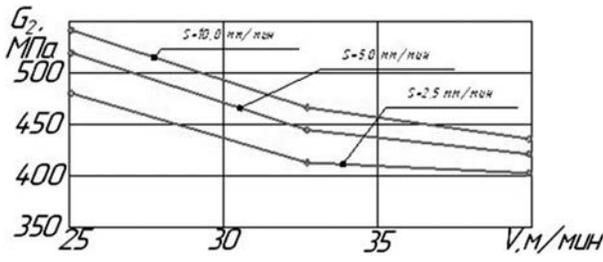
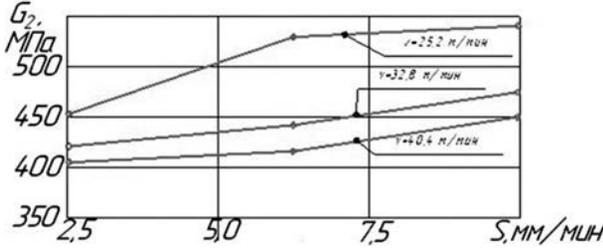


Рисунок 3 — Эмпирические зависимости  $\sigma_1 = f(V)$  (a) и  $\sigma_1 = f(S)$  (b) (сталь 40X)  
 Figure 3 — Empirical dependencies  $\sigma_1 = f(V)$  (a) and  $\sigma_1 = f(S)$  (b) (40X (40Kh) steel)



a



b

Рисунок 4 — Эмпирические зависимости  $\sigma_2 = f(V)$  (a) и  $\sigma_2 = f(S)$  (b) (сталь 40X)

Figure 4 — Empirical dependencies  $\sigma_2 = f(V)$  (a) and  $\sigma_2 = f(S)$  (b) (40X (40Kh) steel)

по высоте зуба (у вершины, в зоне делительной окружности и у впадины зуба). В качестве значения  $R_a$  для данного зуба принимали среднее из трех полученных значений. Измерения  $H_\mu$  производили в трех точках по ширине зуба в зоне делительной окружности. В расчет для каждого зуба принимали усредненное значение из трех измерений. Измерения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  выполняли рентгеновским методом.

Выбор интервалов изменения режимов зубофрезерования цилиндрических шестерен производился нами с учетом рекомендаций технической литературы [2, 10], производственного опыта и возможностей зуборезного оборудования. Принятые интервалы изменения режимов зубофре-

Таблица 3 — Основные характеристики планов экспериментов  
Table 3 — Main characteristics of design plans

Характеристика плана эксперимента	$X_1$ (V, м/мин)	$X_2$ (S, мм/мин)
Основной уровень	32,8	6,25
Интервал варьирования	7,6	3,75
Верхний уровень	40,4	10,0
Нижний уровень	25,2	2,5

рования в выполненных исследованиях показаны в таблице 3.

При исследовании линейной зависимости  $R_a = f(V, S)$  их аппроксимация производилась с помощью полинома первой степени вида

$$R_a = b_0 + b_1V + b_2S. \quad (1)$$

При исследовании нелинейных зависимостей  $H_\mu, \sigma_1$  и  $\sigma_2$  с  $V$  и  $S$  ее аппроксимация производилась с помощью полинома второй степени вида

$$H_\mu(\sigma_1, \sigma_2) = b_0 + b_1V + b_2S + b_{11}VS + b_{11}V^2 + b_{22}S^2. \quad (2)$$

Анализ полученных экспериментальных данных помимо расчетов коэффициентов уравнений (1) и (2) включал также оценку адекватности полученных зависимостей, значимости коэффициентов этих уравнений, степени влияния того или иного параметра режима резания на рассмотренные параметры качества поверхностей зубьев шестерен. Последняя оценка выполнялась с помощью коэффициентов влияния, рассчитанных по данным таблицы 3 и значениям коэффициентов уравнений (1) и (2):

$$A_v = \frac{2|b_1|}{\Delta V}, \quad (3)$$

$$A_s = \frac{2|b_2|}{\Delta S}, \quad (4)$$

Таблица 2 — Матрица РЦКП эксперимента  
Table 2 — Matrix of central composite rotatable design

Система опытов	Номер опыта	$X_1$	$X_2$	$X_1X_1$	$X_1^2$	$X_2^2$	Результаты параллельных опытов		
							$Y_{j1}$	$Y_{j2}$	$Y_{j3}$
Полный факторный эксперимент ( $N_1$ )	1	-1	-1	+1	+1	+1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{13}$
	2	+1	-1	-1	+1	+1	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_{23}$
	3	-1	+1	-1	+1	+1	$Y_{31}$	$Y_{32}$	$Y_{33}$
	4	+1	+1	+1	+1	+1	$Y_{41}$	$Y_{42}$	$Y_{43}$
Опыты в «звездных точках» ( $N_2$ )	5	+1,41	0	0	2,0	0	$Y_{51}$	$Y_{52}$	$Y_{53}$
	6	-1,41	0	0	2,0	0	$Y_{61}$	$Y_{62}$	$Y_{63}$
	7	0	+1,41	0	0	2,0	$Y_{71}$	$Y_{72}$	$Y_{73}$
	8	0	-1,41	0	0	2,0	$Y_{81}$	$Y_{82}$	$Y_{83}$
Опыты в центре плана ( $N_0$ )	9	0	0	0	0	0	$Y_{91}$	$Y_{92}$	$Y_{93}$
	10	0	0	0	0	0	$Y_{101}$	$Y_{102}$	$Y_{103}$
	11	0	0	0	0	0	$Y_{111}$	$Y_{112}$	$Y_{113}$
	12	0	0	0	0	0	$Y_{121}$	$Y_{122}$	$Y_{123}$
	13	0	0	0	0	0	$Y_{131}$	$Y_{132}$	$Y_{133}$

где  $b_1, b_2$  — коэффициенты уравнений (1) и (2);  $\Delta V, \Delta S$  — шаги варьирования  $V$  и  $S$  согласно таблице 3.

Чем больше значение коэффициента влияния, тем в большей степени соответствующий параметр режимов резания влияет на данную характеристику качества поверхностей зубьев.

**Результаты исследования.** На рисунках 1–4 приведены полученные нами эмпирические зависимости  $R_a, H_\mu, \sigma_1$  и  $\sigma_2$  от скорости резания  $V$  и подачи  $S$ , а в таблице 4 — результаты расчетов коэффициентов уравнений регрессии, описывающих рассмотренные взаимосвязи, коэффициентов влияния, показателей адекватности модели для  $y_2$  (критерия Фишера  $F$  и средней относительной ошибки уравнения связи  $\varepsilon_{cp}$ ).

В результате данного исследования установлено:

1. Между параметрами качества поверхностей зубьев цилиндрических шестерен (параметром шероховатости  $R_a$ , мкм; микротвердостью  $H_\mu$ , МПа; остаточными напряжениями первого и второго родов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , МПа) и режимами зубофрезерования червячными фрезами (скоростью резания  $V$ , м/мин; подачей  $S$ , мм/мин) существуют устойчивые взаимосвязи, которые могут быть описаны полиномиальными моделями с использованием методов планирования экспериментов.

2. Расчеты подтвердили достоверность коэффициентов уравнений регрессии, найденных с помощью указанных методов, и адекватность этих уравнений (для полученных уравнений соблюдаются условия  $F < F_{кр}$  ( $F_{кр} = F_{f1,2,\alpha} = F_{1,4,0,05} = 7,71$ ) и  $\varepsilon_{cp} < 30\%$ ).

3. Зависимость  $R_a = f(V, S)$  в наилучшей степени может быть описана полиномом 1-й степени; зависимости  $H_\mu = f(V, S)$ ,  $\sigma_1 = f(V, S)$ ,  $\sigma_2 = f(V, S)$  — полиномом 2-й степени. Хотя для описания зависимости  $H_\mu = f(V, S)$  с достаточной точностью ( $\varepsilon_{cp} = 8,7-26,5\%$ ) может быть использован и полином 1-й степени.

4. Рост  $V$  вызывает увеличение  $R_a$  и уменьшение  $H_\mu, \sigma_2$ . При увеличении  $V$  примерно до 32 м/мин отмечается рост  $\sigma_1$ , при дальнейшем увеличении  $V$  происходит уменьшение  $\sigma_1$ . Причем при 37 м/мин  $< V < 26$  м/мин в поверхности зубьев возникают сжимающие остаточные напряжения, что способствует увеличению ресурса шестерен. В диапазоне  $V = 26-37$  м/мин в поверхности зубьев при зубофрезеровании червячной фрезой создаются растягивающие остаточные напряжения. Таким образом, диапазон 37 м/мин  $< V < 26$  м/мин может быть рекомендован при зубофрезеровании цилиндрических шестерен средних модулей ( $m = 2,0-6,5$  мм).

5. Рост  $S$  вызывает увеличение  $R_a, H_\mu, \sigma_2$ , но приводит к уменьшению значений  $\sigma_1$ .

6. Подача  $S$  оказывает в 2,5–14 раз большее влияние на  $R_a, H_\mu, \sigma_1$ , чем скорость резания, но примерно в 1,8 раз меньшее влияние, чем влияние  $V$  на  $\sigma_2$ . Это указывает на значительно боль-

шую эффективность управления параметрами  $R_a, H_\mu, \sigma_1$  при зубофрезеровании шестерен путем изменения  $S$ , чем изменения  $V$ .

Задача комплексной оптимизации режимов резания заключается в определении таких их значений, которые обеспечили бы максимальную эффективность в том или ином смысле процесса резания в заданных конкретных производственных условиях при выполнении всех требований, предъявляемых к технологическому процессу. Данная задача относится к классу задач параметрической оптимизации при разработке технологических процессов. При ее решении широко используются операционные модели, в которых отражаются требования, предъявляемые к искомому проектному решению, и факторы, которые должны быть учтены при принятии этого решения.

При технологическом проектировании операционные модели записывают в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} F(x_1, x_2, \dots, x_n) &\rightarrow \min(\max); \\ g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq b_j, \quad j = \overline{1, m}; \\ a_{1i} &\leq x_i \leq a_{2i}, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \right\}$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — оптимизируемые параметры процесса, которые могут принимать значения из множества  $[a_{1i}, a_{2i}]$  действительных чисел;  $F(x)$  — целевая функция, которую необходимо оптимизировать (она должна принять минимальное или максимальное значение при соблюдении условий, наложенных на функции  $g_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , и значения  $x_i$ ;  $b_j$  — заданные действительные функции.

Очень часто при оптимизации режимов резания в качестве  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  принимается доля себестоимости операции  $C_p$ , зависящая от режимов резания:

$$C_p = t_0 E_p + \Theta_k / R,$$

где  $t_0$  — основное время операции;  $E_p$  — себестоимость 1 мин работы станка и рабочего;  $\Theta_k$  — сумма затрат за период стойкости инструмента;  $R$  — число заготовок, обработанных за период стойкости.

Так как

$$t_0 = \frac{L_{p,x} z}{S_0 n \varepsilon q} \quad \text{и} \quad R = \frac{T S_0 n \varepsilon q}{L_{p,x} z},$$

то

$$C_p = \frac{L_{p,x} z}{S_0 n \varepsilon q} \left( E_p + \frac{\Theta_k}{T} \right),$$

где  $L_{p,x}$  — длина рабочего хода фрезы или стола, мм;  $z$  — число зубьев нарезаемого зубчатого колеса;  $S_0$  — подача на оборот заготовки;  $\varepsilon$  — число заходов фрезы;  $q$  — количество одновременно обрабатываемых деталей;  $n$  — число оборотов фрезы;  $T$  — период стойкости инструмента.

Минимизация величины  $C_p$  должна достигаться при наложении определенных ограничений на

Таблица 4 — Экспериментальные зависимости между режимами зубофрезерования  $V$  и  $S$  и основными характеристиками качества поверхности зубьев ( $R_a$ ,  $H_v$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) обработанной шестерни  
 Table 4 — Experimental relations between gear milling modes  $V$  and  $S$  and the main characteristics of the teeth surface quality ( $R_a$ ,  $H_v$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) of the processed gear

Характеристика качества поверхности зубьев	Марка стали шестерни	Вид зависимости параметров качества поверхностей зубьев цилиндрических шестерен от режимов их зубофрезерования	Критерий Фишера $F$	Средняя относительная ошибка уравнения связи $\varepsilon_{cp}$
Параметр шероховатости $R_a$ , мкм	40Х	$y_1 = 3,8 + 0,92X_1 + 2,2X_2$ ; $y_2 = 1,1 + 0,06V + 0,29S$ ; $A_V = 0,016$ ; $A_S = 0,155$	1,7	5,2
	25ХГТ	$y_1 = 6,3 + 0,93X_1 + 2,12X_2$ ; $y_2 = 2,55 + 0,065V + 0,27S$ ; $A_V = 0,017$ ; $A_S = 0,144$	2,2	14,7
	20ХН3А	$y_1 = 3,8 + 1,7X_1 + 0,92X_2$ ; $y_2 = 0,9 + 0,045V + 0,32S$ ; $A_V = 0,012$ ; $A_S = 0,171$	3,5	26,5
Микротвердость $H_v$ , МПа	40Х	$y_1 = 2021 - 73,6X_1 + 82,4X_2 - 23,7X_1X_2 + 186X_1^2 + 280X_2^1$ ; $y_2 = 3208 - 40V + 50S - 0,2VS + 0,9V^2 - 5,0S^2$ ; $A_V = 10,5$ ; $A_S = 26,7$	2,4	4,7
	25ХГТ	$y_1 = 2217,2 - 32,8X_1 + 97X_2 + 9,8X_1X_2 + 4,7X_1^2 - 64,5X_2^1$ ; $y_2 = 2085 - 12V + 26S + 0,13VS + 0,03V^2 + 1,2S^2$ ; $A_V = 3,2$ ; $A_S = 13,9$	2,6	5,7
	20ХН3А	$y_1 = 2007 - 32X_1 + 95X_2 + 12X_1X_2 + 5,3X_1^2 - 79X_2^2$ ; $y_2 = 1995 - 10V + 25S + 0,11VS + 0,02V^2 + 1,35S^2$ ; $A_V = 2,6$ ; $A_S = 13,3$	3,2	10,7
Остаточные напряжения 1-го рода $\sigma_1$ , МПа	40Х	$y_1 = 442 - 145,1X_1 + 122,5X_2 + 122,1X_1X_2 - 273,7X_1^2 - 400X_2^2$ ; $y_2 = -726 + 67,4V + 63,9S + 1,11VS - 1,3V^2 - 68,5S^2$ ; $A_V = 17,7$ ; $A_S = 34,1$	1,8	6,7
	25ХГТ	$y_1 = 582 - 184,5X_1 + 160X_2 + 126X_1X_2 - 286X_1^2 - 484X_2^2$ ; $y_2 = -956 + 83,5V + 79,7S + 1,15VS - 1,4V^2 - 82,8S^2$ ; $A_V = 22,0$ ; $A_S = 42,5$	3,7	11,6
	20ХН3А	$y_1 = 565 - 196,6X_1 + 155X_2 + 132X_1X_2 - 275X_1^2 - 490X_2^2$ ; $y_2 = -928 + 84,9V + 80,9S + 1,2VS - 1,35V^2 - 83,8S^2$ ; $A_V = 22,3$ ; $A_S = 43,1$	2,6	8,6
Остаточные напряжения 2-го рода $\sigma_2$ , МПа	40Х	$y_1 = 429,2 - 18X_1 + 17,9X_2 + 5,0X_1X_2 - 27,7X_1^2 - 16,6X_2^2$ ; $y_2 = 590,4 - 9,5V - 0,2S - 0,05VS + 0,14V^2 + 0,28S^2$ ; $A_V = 2,5$ ; $A_S = 0,1$	2,3	7,3
	25ХГТ	$y_1 = 156,4 - 17,8X_1 + 17,7X_2 - 5,2X_1X_2 + 54,4X_1^2 + 41,8X_2^2$ ; $y_2 = 502,4 - 17,7V - 4,9S - 0,07VS + 0,03V^2 + 0,7S^2$ ; $A_V = 4,7$ ; $A_S = 2,6$	3,4	9,5
	20ХН3А	$y_1 = 263,4 - 21,4X_1 + 16,8X_2 + 20,5X_1X_2 + 6,7X_1^2 - 4,8X_2^2$ ; $y_2 = 550 - 18V - 5,0S - 0,1VS + 0,3V^2 - 0,8S^2$ ; $A_V = 4,7$ ; $A_S = 2,7$	4,3	12,8

$y_1$  — значения параметров качества для уравнений в кодированных значениях переменных  $X_1$  и  $X_2$   
 $y_2$  — значения параметров качества для уравнений в натуральных единицах переменных  $V$  и  $S$   
 $F$  и  $\varepsilon_{cp}$  — определяли по известным зависимостям [11]

важнейшие в данных условиях параметры качества шестерен (для шестерен автотракторных трансмиссий такими параметрами могут быть  $F_{вр}$ ,  $f_{ir}$ ,  $R_a$ ,  $H_v$ , их взаимосвязи с режимами зубофрезерования  $V$ ,  $S$  должны быть экспериментально определены при отладке техпроцесса), мощность резания  $N$ , крутящий момент  $M_{кр}$  от максимальной силы резания, предельные значения  $n$  и  $S_0$  для данного станка, износ  $h$  по задней грани фрезы за время  $T$  ее работы. Эти параметры могут быть рассчитаны по формулам.

Мощность резания:

$$N = K_p m^{1,7} S_0^{0,9} V / D_{фр},$$

где  $m$  — модуль нарезаемого колеса, мм;  $D_{фр}$  — диаметр фрезы;  $K_p = 0,12$  для стали и  $0,06$  — для чугуна.

Мощность, расходуемая электродвигателем:

$$N_{ст} = N / \eta,$$

где  $\eta = 0,4-0,5$  — коэффициент полезного действия зуборезного станка.

Мощность  $N_{ст}$  не должна превышать фактическую мощность электродвигателя станка  $N_{ст фак}$ .

Крутящий момент от максимальной силы резания на шпинделе фрезы:

$$M_{кр.фр} = P_z R_{фр} = K_p m^x S_0^y R_{фр},$$

где значения коэффициентов  $K_p, x_p, y_p$  могут быть приняты по [2];  $R_{фр}$  — радиус фрезы.

Крутящий момент от максимальной силы резания на шпинделе изделия:

$$M_{кр.д} = P_z R_d = K_p m^{x_p} S_0^{y_p} r,$$

где  $r$  — диаметр делительной окружности нарезаемого колеса.

Значения  $M_{кр.фр}$  и  $M_{кр.д}$  не должны превышать соответствующих предельных значений по паспорту зубофрезерного станка.

Износ  $h$  по задней грани фрезы за время  $T$  ее работы равен

$$h = 1,36 \cdot 10^{-6} \cdot T^{0,79} S_0^{1,34} V^{2,3} m^{0,5} z^{-0,25}.$$

Значение  $h$  не должно превышать  $h_{доп}$  для принятого периода стойкости фрезы  $T$ . Значение  $h_{доп}$  может быть принято по [2, 8].

Таким образом, операционная модель процесса зубофрезерования цилиндрических шестерен для оптимизации режимов резания  $S$  и  $V(n)$  может быть записана в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} L_{р.х} z \left( E_p + \frac{C_k}{T} \right) / S_0 n \varepsilon q \rightarrow \min; \\ a_0 + a_1 V + a_2 S \leq f_i''; \quad b_0 + b_1 V + b_2 S \leq F_\beta; \quad c_0 + c_1 V + c_2 S \leq R_a; \\ H_{\mu \min} \leq d_0 + d_1 V + d_2 S \leq H_{\mu \max}; \\ K_p m^{1,7} S_0^{0,9} V / D_{фр} \eta < N_{ст}; \\ K_p' m^{x_p} S_0^{y_p} R_{фр} < M_{кр.фр.доп}; \quad K_p'' m^{x_p} S_0^{y_p} R_d < M_{кр.д.доп}; \\ 1,36 \cdot 10^{-6} \cdot T^{0,79} S_0^{1,34} V^{2,3} m^{0,5} z^{-0,25} < h_{доп}; \\ n_{\min} \leq n \leq n_{\max}; \\ S_{\min} \leq S \leq S_{\max}. \end{aligned} \right\}$$

Решение данной задачи возможно с помощью метода линейного программирования или графическим методом.

**Выводы.** 1. Показана возможность моделирования взаимосвязей параметров качества поверхностей зубьев цилиндрических шестерен при их фрезеровании червячными фрезами с режимами резания в современных условиях зубонарезания.

2. Получены математические описания указанных взаимосвязей для трех материалов зубчатых колес, показана их адекватность.

3. Эти зависимости могут быть использованы при проектировании технологических процессов

зубонарезания цилиндрических шестерен червячными фрезами для расчета режимов резания, обеспечивающих требуемые значения параметров качества поверхностей зубьев.

4. Предложена методика комплексной оптимизации режимов фрезерования зубьев цилиндрических шестерен червячными фрезами, обеспечивающая для заданных условий зубообработки требуемое качество поверхности и точность зубьев, показатели эффективности данной операции.

5. Данная методика может быть использована на этапе отладки технологического процесса изготовления цилиндрической шестерни, когда по результатам обработки опытной партии шестерен будут установлены взаимосвязи режимов зубонарезания с характеристиками качества шестерен.

## Список литературы

1. Медведицков, С.Н. Высокопроизводительное зубонарезание фрезами / С.Н. Медведицков. — М.: Машиностроение, 1981. — 104 с.
2. Производство зубчатых колес: справ. / С.Н. Калашников [и др.]; под общ. ред. Б.А. Тайца. — 2-е изд. — М.: Машиностроение, 1990. — 464 с.
3. Тарапанов, А.С. Управление процессом зубодолбления / А.С. Тарапанов, Г.А. Харламов. — М.: Машиностроение, 1999. — 238 с.
4. Агапов, С.И. Научное обоснование и реализация ультразвуковых технологий при производстве прецизионных мелкомодульных колес: дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.07 / С.И. Агапов. — Волгоград, 2015. — 346 с.
5. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. — Т. 1 / под ред. А.М. Дальского [и др.]. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 2003. — 912 с.
6. Рыжов, Э.В. Технологическое обеспечение эксплуатационных свойств деталей машин / Э.В. Рыжов, А.Г. Суслов, В.П. Федоров. — М.: Машиностроение, 1979. — 325 с.
7. Кане, М.М. Изменение параметров качества поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес на различных операциях их изготовления / М.М. Кане, А.И. Медведев // Вестн. машиностроения. — 1997. — № 7. — С. 3–7.
8. Общемашиностроительные нормативы режимов резания, норм износа и расходов зуборезного инструмента при обработке конструкционных сталей и чугунов. — М.: ВНИИ техн. эконом. исследован. по машиностроению и робототехнике, 1986. — 223 с.
9. Режимы резания металлов: справ. / Ю.В. Барановский [и др.]; под ред. А.Д. Корчемкина. — М.: НИИТавтопром, 1995. — 456 с.
10. Фингер, М.Л. Цилиндрические зубчатые колеса. Теория и практика изготовления / М.Л. Фингер. — М.: Науч. кн., 2005. — 368 с.
11. Кане, М.М. Основы исследований, изобретательства и инновационной деятельности в машиностроении: учеб. / М.М. Кане. — Минск: Выш. шк., 2018. — 366 с.

KANE Mark M., D. Sc. in Eng., Prof.

Professor of the Department "Mechanical Engineering Technology"<sup>1</sup>

E-mail: kane\_08@mail.ru

SHELEG Valeriy K., D. Sc. in Eng., Prof., Corresponding Member of the NAS of Belarus

Head of the Department "Mechanical Engineering Technology"<sup>1</sup>

E-mail: sheleh\_V@tut.by

KRAVCHUK Marina A.

Senior Lecturer of the Department "Mechanical Engineering Technology"<sup>1</sup>

E-mail: m.kravchyk@bntu.by

<sup>1</sup>Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

Received 31 July 2020.

## MODELING AND OPTIMIZATION OF THE PROCESS OF GEAR MILLING OF CYLINDRICAL GEARS WITH WORM MILLING CUTTERS

*The paper considers influence issues of modes of milling cylindrical gears by hobbing cutters on the parameters of surface quality of the treated teeth, selection of milling mode, relevance of the performed research, possibility of using its results for the design of technological processes of manufacturing cylindrical gears, quality control of teeth surfaces both when cutting teeth and in finished gears. The article gives a method, conditions and main results of experimental study of the influence of gear milling modes by a worm milling cutter (feed  $S$ , mm/min; cutting speed  $V$ , m/min) of cylindrical gears on the roughness parameter  $R_a$ ,  $\mu\text{m}$ ; microhardness  $H_{\mu}$ , MPa; macroscopic and microscopic stresses of  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ , MPa; of the tooth surfaces. It is shown in particular that the dependence of  $R_a$  on  $V$  and  $S$  with sufficient accuracy (the average relative error of the coupling equation  $\varepsilon_{cp}$  is 5.2–26.5 %) can be described by a first-degree polynomial, and the dependences of  $H_{\mu}$ ,  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  on  $V$  and  $S$  with sufficient accuracy ( $\varepsilon_{cp} = 4.7$ –12.8 %) can be described by a second-degree polynomial. It was found that the feed  $S$  has a 2.5–14 times greater effect on the change in  $R_a$ ,  $H_{\mu}$ ,  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$  than the cutting speed  $V$  during gear milling of cylindrical gears. A method for optimizing the cutting modes  $S$  and  $V$  is proposed and described, taking into account their influence on the main parameters of the process of gear milling of cylindrical gears with worm milling cutters.*

**Keywords:** surface quality of cylindrical gear teeth, gear milling with a worm milling cutter, surface roughness, surface microhardness, macroscopic and microscopic stresses in the surfaces of gear teeth, optimization of cutting modes

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-19-27>

### References

1. Medveditskov S.N. *Vysokoproizvoditelnoe zubonarezanie frezami* [High-performance gear cutting with milling cutters]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981. 104 p. (in Russ.).
2. Kalashnikov S.N., et al. *Proizvodstvo zubchatykh koles* [Gear wheel production]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990. 464 p. (in Russ.).
3. Tarapanov A.S., Kharlamov G.A. *Upravlenie protsessom zubodoblenniya* [Controlling the gear shaping process]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1999. 238 p. (in Russ.).
4. Agapov S.I. *Nauchnoe obosnovanie i realizatsiya ultrazukovykh tekhnologiy pri proizvodstve pretsizionnykh melkomodulnykh koles*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Scientific justification and implementation of ultrasonic technologies in the production of precision small-module wheels. D. Sc. Thesis]. Volgograd, 2015. 346 p. (in Russ.).
5. *Spravochnik tekhnologa-mashinostroitel'ya. T. 1* [Handbook of machine-building technologist. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003. 912 p. (in Russ.).
6. Ryzhov E.V., Suslov A.G., Fedorov V.P. *Tekhnologicheskoe obespechenie ekspluatatsionnykh svoystv detaley mashin* [Technological support of operational properties of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 325 p. (in Russ.).
7. Kane M.M., Medvedev A.I. *Izmenenie parametrov kachestva poverkhnostey zubev tsilindricheskikh zubchatykh koles na razlichnykh operatsiyakh ikh izgotovleniya* [Changing the surface quality parameters of cylindrical gear teeth during various manufacturing operations]. *Vestnik mashinostroeniya*, 1997, no. 7, pp. 3–7 (in Russ.).
8. *Obshchemashinostroitelnye normativy rezhimov rezaniya, norm iznosa i raskhodov zuboreznogo instrumenta pri obrabotke konstruksionnykh staley i chugunov* [General mechanical engineering standards for cutting modes, wear rates and expenses of gear-cutting tools when processing structural steels and cast iron]. Moscow, Vserossiyskiy nauchno-issledovatel'skiy institut informatsii i tekhniko-ekonomicheskikh issledovaniy po mashinostroeniyu i robototekhnike Publ., 1986. 223 p. (in Russ.).
9. Baranovskiy Yu.V., et al. *Rezhimy rezaniya metallov* [Metal cutting modes]. Moscow, Nauchno-issledovatel'skiy institut tekhnologii avtomobilnoy promyshlennosti Publ., 1995. 456 p. (in Russ.).
10. Finger M.L. *Tsilindricheskie zubchatye kolea. Teoriya i praktika izgotovleniya* [Cylindrical gears. Theory and practice of manufacturing]. Moscow, Nauchnaya kniga Publ., 2005. 368 p. (in Russ.).
11. Kane M.M. *Osnovy issledovaniy, izobretatelstva i innovatsionnoy deyatel'nosti v mashinostroenii* [Fundamentals of research, invention and innovation in mechanical engineering]. Minsk, Vysheyschaya shkola Publ., 2018. 366 p. (in Russ.).