

# МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3+622.28+624.121

**Е.Я. КОЗЛОВСКИЙ**

аспирант кафедры теоретической и прикладной механики<sup>1</sup>

главный специалист лаборатории геомеханики<sup>2</sup>

E-mail: jkazlouski@outlook.com

**М.А. ЖУРАВКОВ**, д-р физ.-мат. наук, проф.

заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики<sup>1</sup>

E-mail: zhuravkov@bsu.by

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, г. Минск, Республика Беларусь

<sup>2</sup>ООО «Протех Лаб», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Поступила в редакцию 30.09.2022.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ КРЕПИ ШАХТНОГО СТВОЛА В МАССИВЕ КАРНАЛЛИТОВЫХ ПОРОД

*В работе рассматривается механическое поведение массива соляных пород в окрестности шахтного ствола и анализируются причины отличий в характере и скорости деформирования относительно объекта-аналога. Предполагая существенное влияние карналлитовых включений в каменной соли на физико-механические характеристики массива, предлагается объединение в единый расчетный элемент карналлитовых пород и зоны каменной соли с включениями, что обосновывается решением модельных задач, основанных на данных мониторинга. Придерживаясь предложенных подходов, решаются задачи взаимодействия «крепь — массив» для регламентируемых нормативными документами типов крепления. Определены величины горного давления в подобных горно-геологических условиях на жесткую крепь, выполнен прогноз времени устойчивого состояния жесткой комбинированной чугунно-бетонной крепи и податливой блочной крепи из высокопрочного бетона.*

**Ключевые слова:** геомеханика, подземные сооружения, соляные породы, ползучесть, шахтный ствол, карналлит, крепь шахтного ствола

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-2-63-53-60>

**Введение.** Строительство шахтных стволов и иных капитальных подземных сооружений в соляных породах на больших глубинах сталкивается с такой проблемой, как большие деформации вмещающего массива горных пород, которые нарастают в длительном интервале времени и могут иметь нестационарные стадии [1, 2]. Ввиду нормативных ограничений на применяемые типы крепления, подобное механическое поведение вмещающей сооружение геологической среды может представлять особую проблему в сложных горно-геологических условиях. В частности, при

пересечении карналлитовых пород [3–5], обладающих по сравнению с сильвинитом или каменной солью существенно более низкими прочностными характеристиками, а также склонных к значительной более высоким скоростям ползучести и заметно подвергающихся влиянию атмосферной влаги.

Для одного шахтного ствола, сооружаемого в подобных условиях и проходящего через соляные, в том числе карналлитовые, породы в интервале глубин 1100–1150 м, авторами анализировались данные мониторинга смещений породной толщи по контуру подземных сооружений, сигнала

лизирувавшие о значительных отличиях характера и скоростей деформирования породного контура по сравнению с объектом-аналогом, построенным на той же площадке.

Было сделано предположение, что ключевым фактором, вызывающим отличия в наблюдаемых процессах в окрестности исследуемого ствола, является наличие карналлитовых включений в слоях каменной соли на значительно большем интервале глубин по сравнению с объектом-аналогом, что могло не отразиться на результатах лабораторных исследований прочностных и деформационных характеристик образцов, но в то же время вызвать существенное понижение прочностных свойств массива и увеличение скоростей ползучести [3, 6, 7]. Для проверки предположения о существенном влиянии карналлитовых включений были выполнены специальные исследования на базе численного моделирования с построением компьютерной конечно-элементной модели геотехнической системы «массив горных пород — шахтный ствол — крепь ствола». При этом карналлитсодержащие породы объединялись в один расчетный элемент. Основная цель исследований заключалась в установлении возможности использования рекомендуемых нормами типов крепления шахтных стволов в имеющихся сложных горно-геологических условиях.

**Используемая модель механического поведения вмещающего массива горных пород.** В качестве модели поведения массива горных пород принята модифицированная модель Бюржера, где скорость первичной ползучести  $\dot{\epsilon}_{cr,1}$  записывается через экспоненциальную зависимость от времени, а скорость установившейся ползучести  $\dot{\epsilon}_{cr,2}$  — через синус-гиперболическую функцию:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_{el} + \epsilon_{cr,1} + \epsilon_{cr,2} + \epsilon_{pl}; \\ \dot{\epsilon}_{cr,1} &= a\sigma_e \exp[-bt]; \\ \dot{\epsilon}_{cr,2} &= d\sigma_e (\sinh[m\sigma_e])^n, \end{aligned}$$

где  $\epsilon_{el}$  — упругие деформации;  $\epsilon_{pl}$  — независимые от времени пластические деформации;  $\sigma_e$  — интенсивность напряжений;  $t$  — время;  $a, b, d, m, n$  — параметры модели.

Для описания пластического поведения массива горных пород была использована модель Мора-Кулона с комбинированной поверхностью текучести для двух критериев: критерия сдвига с поверхностью Мора-Кулона  $f_{mc}$  и аналогичной функцией пластического потенциала  $g_{mc}$ , а также критерием «отсечения» растяжения с поверхностью Ренкина  $f_R$ , которые могут быть записаны в форме инвариантов — тензора напряжений  $I$ , девiatorа напряжений  $J$  и девiatorного полярного угла  $\theta$ :

$$\begin{aligned} f_{MC}(I_1, J_2, \theta) &= \frac{1}{3} I_1 \sin(\varphi) + \\ &+ \sqrt{J_2} \left( \cos(\theta) - \frac{\sin(\theta) \sin(\varphi)}{\sqrt{3}} \right) - c \cos(\varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_R(I_1, J_2, \theta) &= \frac{2}{3} \cos(\theta) \sqrt{3J_2} + \frac{I_1}{3} - \sigma_i; \\ g_{MC}(I_1, J_2, \theta) &= \frac{1}{3} I_1 \sin(\psi) + \\ &+ \sqrt{J_2} \left( \cos(\theta) - \frac{\sin(\theta) \sin(\psi)}{\sqrt{3}} \right), \end{aligned}$$

где  $c$  — сцепление;  $\varphi$  — угол внутреннего трения;  $\psi$  — угол дилатансии;  $\sigma_i$  — расчетное сопротивление растяжению.

**Валидация модели.** Предварительно параметры модели были валидированы по данным мониторинга наклонной выработки, пройденной в карналлитовых породах. Была решена задача с учетом стадийности (выработка была пройдена повторно). До перепроходки производились замеры только перемещений контура, а после — с использованием глубинных реперов, что позволило сравнить относительные деформации массива на некоторых интервалах.

Модельная задача рассматривалась в условиях плоской деформации (схема представлена на рисунке 1 а) со следующими граничными условиями:

$$\begin{cases} u_{x|x=0,A} = 0; \\ u_{x,y|y=0} = 0; \\ \sigma_{yy|y=B} = \Sigma_{yy}(x, y), \end{cases}$$

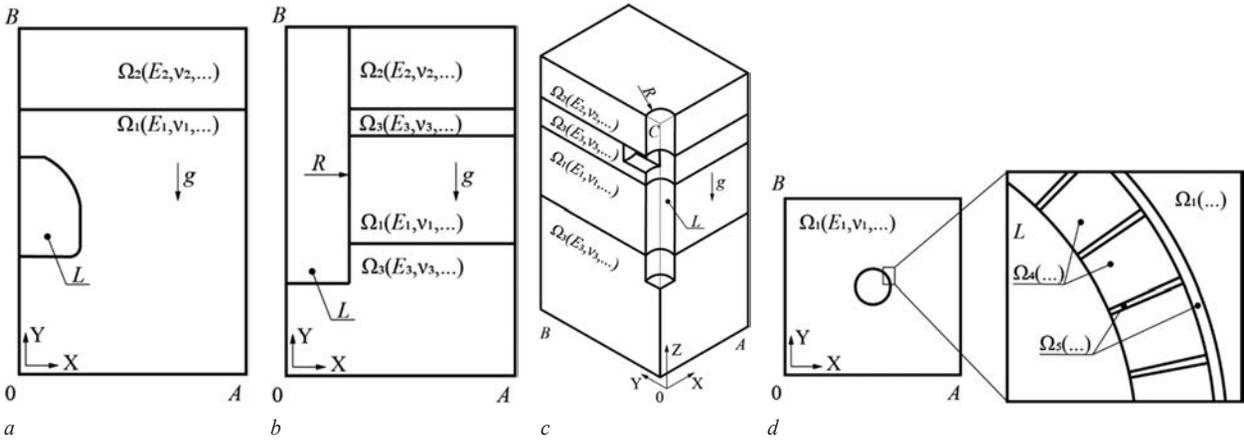
где  $x, y$  — декартовы координаты;  $u_i$  — перемещения в  $i$ -м направлении;  $\sigma_{ii}$  — компоненты тензора напряжений;  $\Sigma_{ii}$  — функция напряжений от собственного веса вышележащего пространства;  $A, B$  — координаты внешних границ.

Результаты численного моделирования показали хорошую корреляцию с результатами мониторинга (рисунки 2–4), поэтому используемые в моделях численные значения параметров приняты для последующего моделирования. А на рисунке 4 а «виртуальный репер» находился в окрестности локализованной зоны интенсивных сдвиговых деформаций, поэтому результаты представлены с двух смежных зон.

**Влияние карналлитовых включений.** Решение задачи в рамках подхода с объединением карналлитсодержащих пород в один расчетный элемент производилось с условием осевой симметрии (см. рисунок 1 б) и граничными условиями вида:

$$\begin{cases} u_{x|x=0} = 0 \text{ (ось вращения)}; \\ u_{x,y|x=0} = 0; \\ u_{x|x=A} = 0; \\ \sigma_{yy|y=B} = \Sigma_{yy}(x, y). \end{cases}$$

Сравнение результатов моделирования объекта-аналогом (рисунок 5 а) и исследуемого шахтного ствола (см. рисунок 5 б) показало ряд существенных отличий в напряженно-деформированном состоянии околоствольного массива. Так, для объекта-аналогом характерна значительно большая локали-



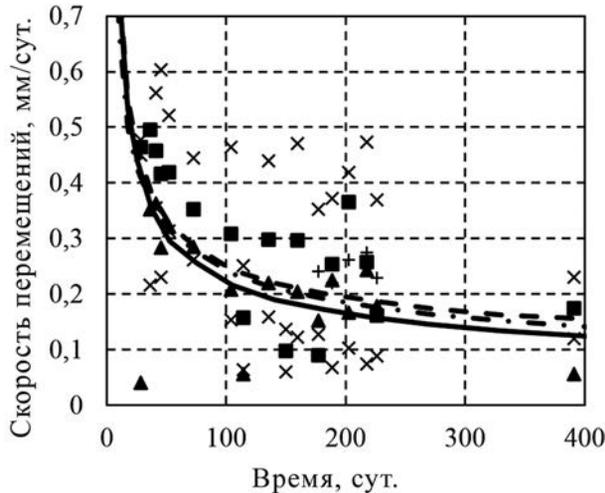
**Рисунок 1 — Принципиальные расчетные схемы:** *a* — горизонтальная выработка; *b, c, d* — шахтный ствол в условиях осевой симметрии, пространственной постановки и плоской деформации соответственно ( $\Omega_1$  — карналлитовые породы;  $\Omega_2$  — ангидрит;  $\Omega_3$  — каменная соль;  $\Omega_4$  — бетон;  $\Omega_5$  — фанера;  $L$  — пространство выработки, поэтапно исключаемое из модели)  
**Figure 1 — Basic design schemes:** *a* — horizontal development; *b, c, d* — mine shaft under conditions of axial symmetry, spatial setting and plane deformation, respectively ( $\Omega_1$  — carnallite rocks;  $\Omega_2$  — anhydrite;  $\Omega_3$  — rock salt;  $\Omega_4$  — concrete;  $\Omega_5$  — plywood;  $L$  — working space, step by step excluded from the model)

зация зон нарушения сплошности по высоте, в то время как для геологических условий исследуемого шахтного ствола характерно развитие нарушенных зон вплоть до объединения с концентраторами напряжений (зумпф, подошва прочных и не склонных к ползучести ангидритовых пород).

Моделирование НДС геотехнической системы также было выполнено в пространственной постановке (см. рисунок 1 *c*) с граничными условиями вида:

$$\begin{cases} u_{x,y,z}|_{z=0} = 0; \\ u_{x}|_{x=0,A} = 0; \\ u_{y}|_{y=0,B} = 0; \\ \sigma_{zz}|_{z=C} = \sum_{zz}(x, y, z). \end{cases}$$

Результаты моделирования (рисунок 6) исследуемого шахтного ствола показали весьма хорошее совпадение с результатами мониторинга и позволили



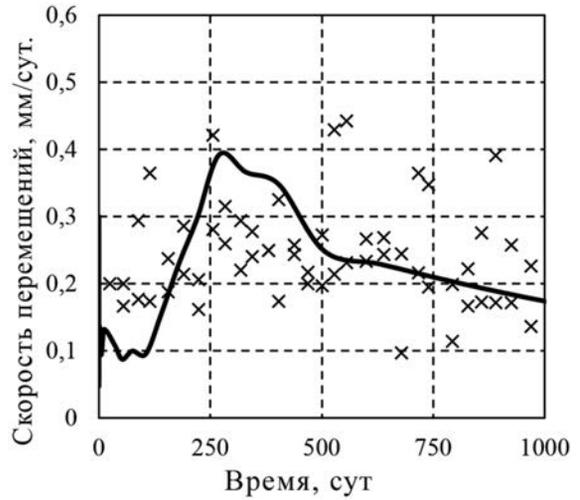
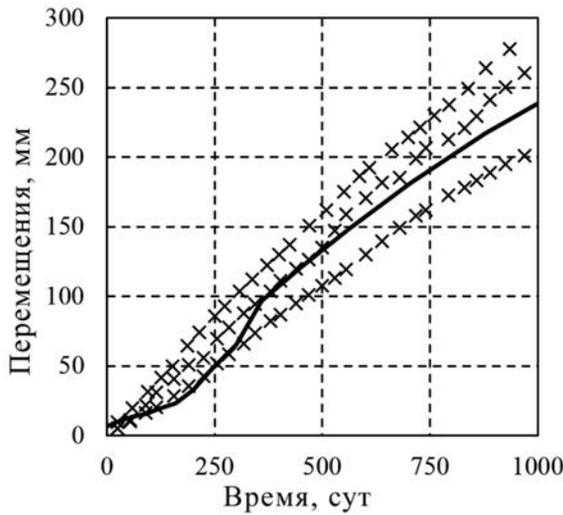
**Рисунок 2 — График скорости перемещений стены выработки до перепроходки:** сплошная линия — кровля; пунктирная — стены; пункт с точкой — почва  
**Figure 2 — Graph of the displacement rate of the drift wall before the reminding:** solid line — roof; dashed line — walls; dash-dotted line — floor

зафиксировать неравномерность деформаций, вызванную, в том числе, наличием ниш и сопряжений.

Параметры модели и подход с объединением карналлитсодержащих пород в единый расчетный геологический элемент были приняты для дальнейшего исследования взаимодействия массива с конструкциями крепей.

**Исследование НДС геотехнической системы «массив горных пород — шахтный ствол — крепь ствола».** Так как все задачи решались с использованием геометрически нелинейных соотношений для условий больших деформаций, то возникали дополнительные сложности со значительно искаженными сетками и включением на определенных этапах в совместную работу новых (недеформированных) сеток конечных элементов конструкций крепления. Для корректного решения такого класса задач использовались известные подходы с созданием сеток, которые учитывают заранее рассчитанные деформации и на необходимом этапе расчета имеют требуемые формы [8, 9]. Такая процедура позволила сохранить точность и избежать возникновения «артефактных» напряжений, связанных с вводимыми в модель элементами.

В рамках укрупненных исследований для практической задачи были рассмотрены допускаемые нормативными документами следующие варианты: комбинированная крепь (из чугунных тюбингов и бетона) и ограничено податливая бетонная блочная крепь из высокопрочного бетона. Вариант расположения за крепью равномерного податливого слоя, несмотря на высокую эффективность использования в более устойчивых породах [4, 10, 11], в данном случае требует создания значительно большей толщины слоя [4, 5] и не рассматривался из-за высокой неравномерности деформирования [12, 13], а также высокой вероятности точечного нагружения жесткой крепи,



a

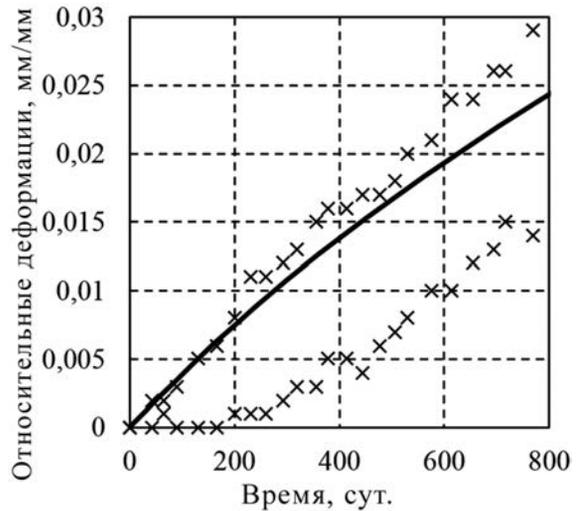
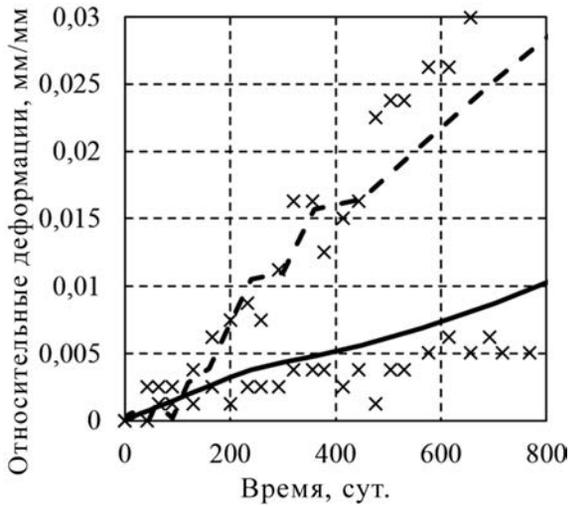
b

Рисунок 3 — Графики перемещений стены выработки после перепроходки:

a — перемещения, мм; b — скорость перемещений, мм/сут. (× — данные мониторинга; сплошная линия — модель)

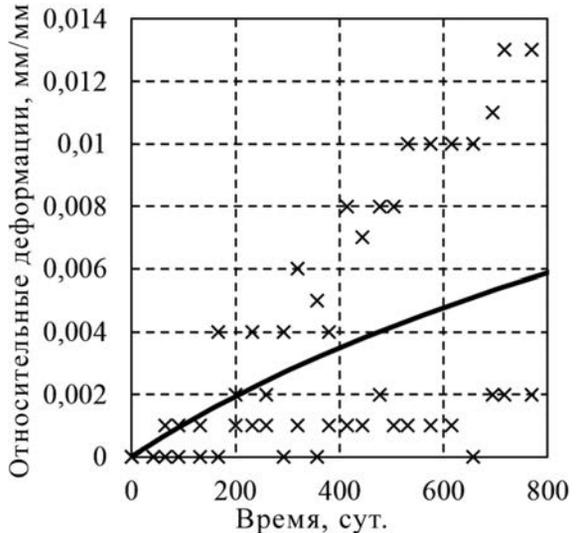
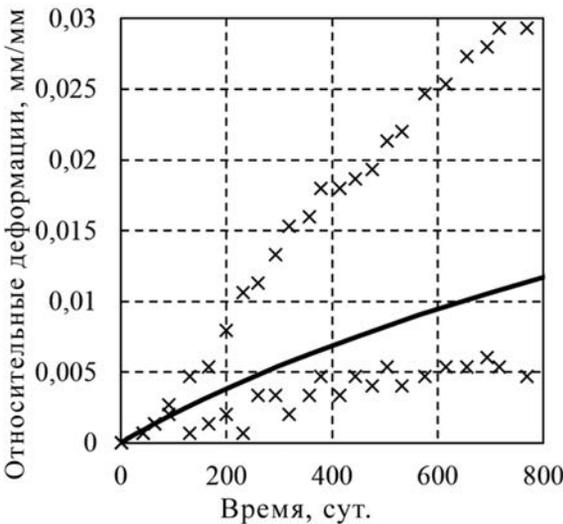
Figure 3 — Graphs of the movement of the working wall after the passage:

a — displacement, mm; b — displacement rate, mm/day (× — monitoring data; solid line — model)



a

b



c

d

Рисунок 4 — Относительные деформации в массиве после перепроходки:

a — от 0,7 до 1,5 м; b — от 1,5 до 2,5 м; c — от 2,5 до 4,0 м; d — от 4,0 до 5,0 м (× — данные мониторинга; линии — модель)

Figure 4 — Strains in the rock mass after reaming: a — from 0.7 to 1.5 m; b — from 1.5 to 2.5 m; c — from 2.5 to 4.0 m;

d — from 4.0 to 5.0 m (× — monitoring data; lines — model)

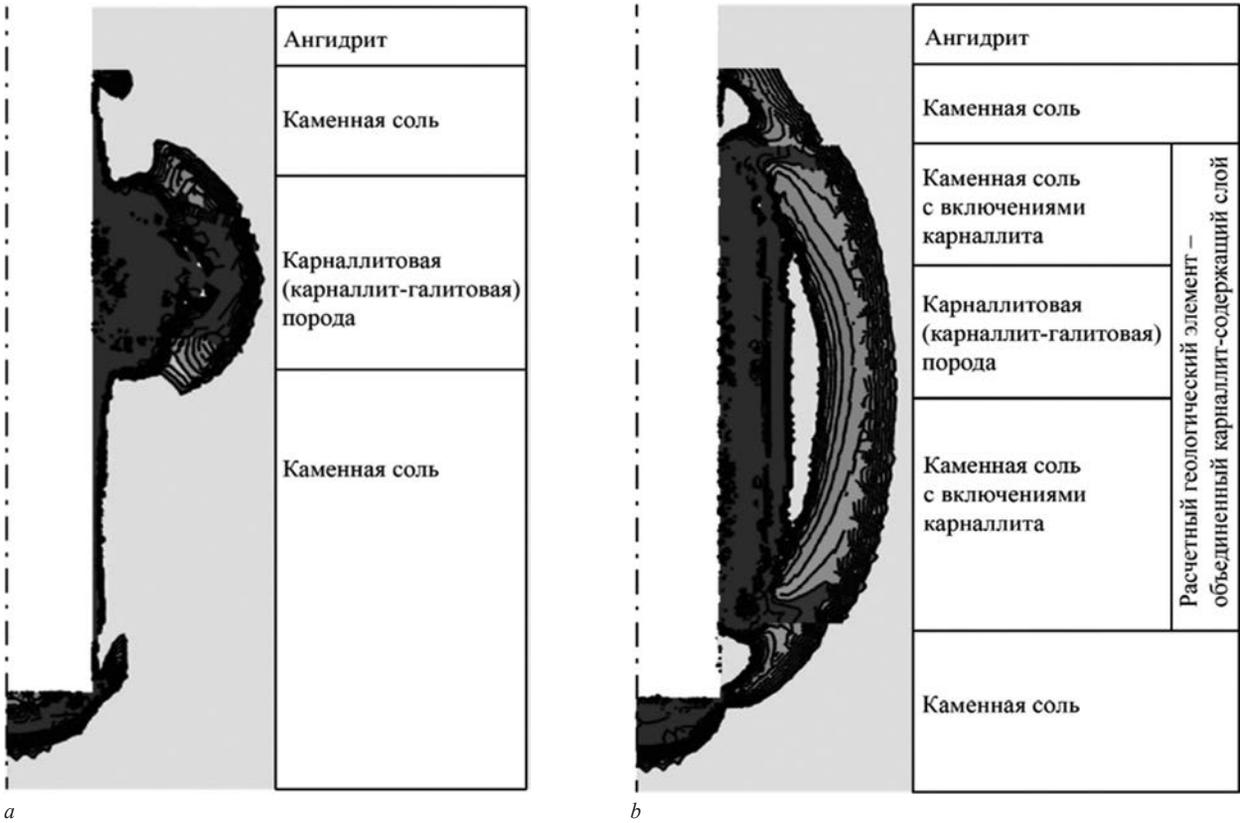


Рисунок 5 — Сравнение полей пластических деформаций объекта-аналога (а) и исследуемого шахтного ствола (b). Темно-серый цвет соответствует зонам наиболее интенсивных деформаций  
 Figure 5 — Comparison of the fields of plastic strains of the analog object (a) and the mine shaft under study (b). The dark gray color corresponds to the zones of the most intense deformations

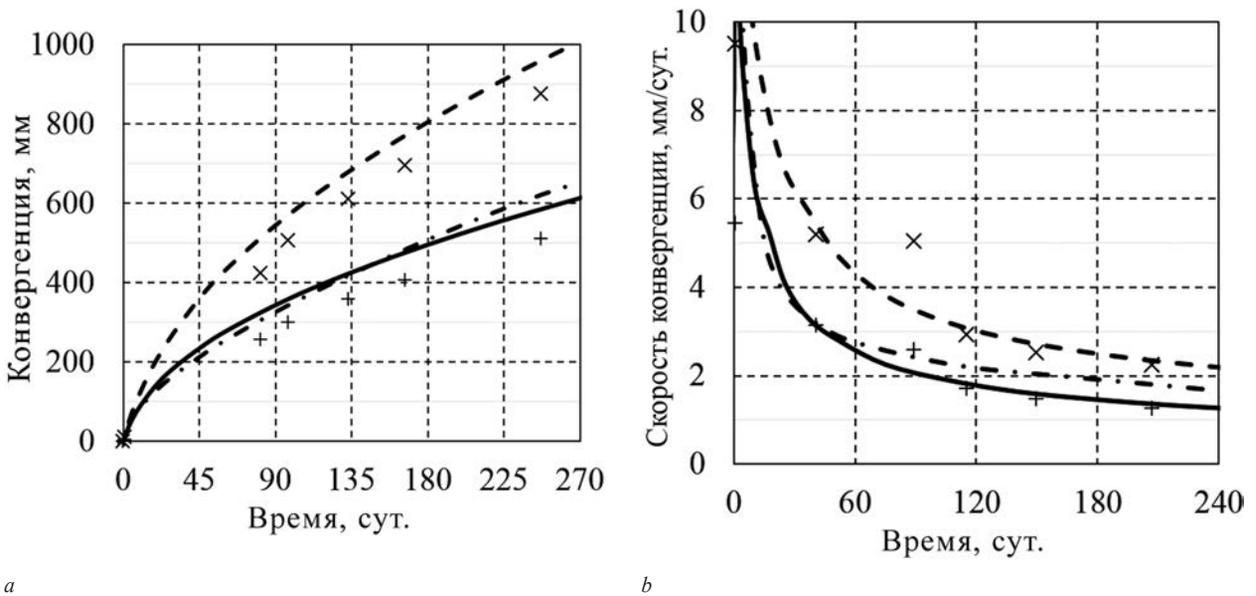
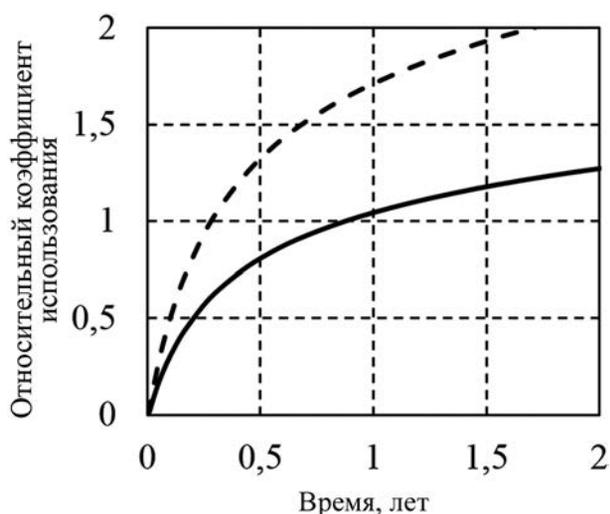


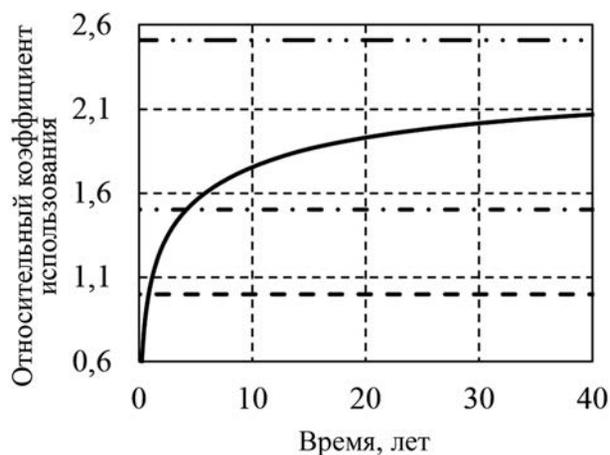
Рисунок 6 — График конвергенции шахтного ствола (а) и ее скорости (b):  
 + — данные мониторинга по базе № 1 (0°); × — по базе № 2 (90°); сплошная линия — модель по базе № 1 (0°); пунктирная — по базе № 2 (90°); штрих-пунктирная — осесимметричная постановка  
 Figure 6 — Graph of the convergence of the mine shaft (a) and its velocity (b):  
 + — monitoring data from measurement base no. 1 (0°); × — from measurement base no. 2 (90°); solid line — model corresponded to measurement base no. 1 (0°); dashed — corresponded to measurement base no. 2 (90°); dash-dotted — axisymmetric model

что подкреплялось как теоретическими предположениями из опыта решения стохастических задач [14–16], так и данными мониторинга (см. рисунок 6). Отметим, что подобная блочная крепь была использована на руднике Боулби (Северный

Йоркшир, Англия) на схожих глубинах в интервале карналлитсодержащих мергелей [17], опыт эксплуатации которой показывает быстрый переход конструкций в ограниченно работоспособное состояние, в котором далее они и содержатся до



a



b

Рисунок 7 — График коэффициента использования комбинированной чугуно-бетонной крепи с одним и двумя кольцами из чугуна ВЧ-45 (а) и относительного коэффициента использования двухрядного кольца в зависимости от марки чугуна (b): а — сплошная линия — одно тубинговое кольцо; пунктирная — двойное тубинговое кольцо; b — пунктирная линия — предел прочности чугуна ВЧ-45 (принят за 1); штрихпунктирная — ВЧ-70; штрихпунктирная с двумя точками — ВЧ-100

Figure 7 — Graph of the coefficient of use of combined cast-iron-concrete support with one and two rings of cast iron VCh-45 (a) and the relative coefficient of use of a double-row ring depending on the class of cast iron (b): a — solid line — one tubing ring; dashed — double tubing ring; b — dashed line — tensile strength of cast iron VCh-45 (taken as 1); dash-dotted — VCh-70; dash-dotted with two dots — VCh-100

проведения полного перекрепления интервала каждые 10–15 лет [18].

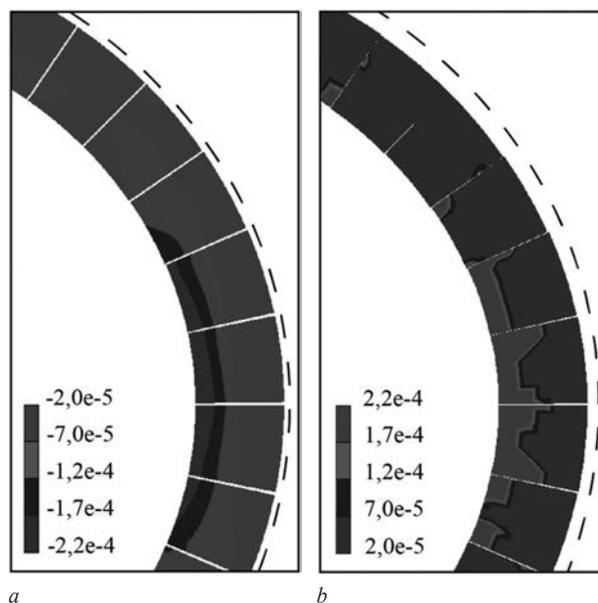
Комбинированная крепь с чугунными тубингами моделировалась в осесимметричной постановке (аналогично задаче, описанной ранее), что позволило получить оценку несущей способности «сверху» — без учета неравномерной доли нагрузки.

Блочная крепь рассматривалась для двух расчетных ситуаций: с моделированием контакта «бетон — бетон» между блоками и с моделированием податливых элементов (фанера) между блоками толщиной от 2 до 10 % от характерного размера блока. Расчетная схема строилась с учетом условий плоской деформации (см. рисунок 1 d) с граничными условиями, аналогичными используемым при валидации по расчетной схеме рисунка 1 a.

Результаты моделирования показали, что при использовании жесткой комбинированной крепи последняя испытывает весьма высокие нагрузки со стороны массива (рисунок 7), поэтому требуется применение сложных конфигураций из двойных тубинговых колец.

Срок эксплуатации бетонных блочных крепей значительно увеличивается при использовании элементов податливости в виде фанерных прокладок между блоками и возрастает пропорционально ширине таких стыков. Тем не менее, рассмотренные варианты с различной толщиной деревянных прокладок показали, что расчетный срок эксплуатации бетонной блочной крепи из бетона класса В150 составляет не более 5 лет. Кроме этого, при достижении предельных деформаций в креплении прогнозируется появление масштабных дефектов в виде «выколов» (рисунок 8).

**Заключение.** Исследование напряженно-деформированного состояния геотехнической системы «массив горных пород — шахтный ствол — крепь ствола» в сложных горно-геологических условиях карналлитсодержащих пород и больших глубин показало нерациональность использования комбинированной крепи и ограничено податливых блочных крепей из высокопрочного бетона.



a

b

Рисунок 8 — Характерная картина деформаций блочной крепи с податливыми стыками: а — полные тангенциальные деформации на начальных стадиях разрушения; б — пластические деформации при деформировании до аварийного состояния

Figure 8 — A strain pattern in block lining with yielding joints: a — total tangential strains at the initial stages of damage; b — plastic strains on highly structurally deficient deformation stages

При прогнозируемых весьма высоких скоростях деформирования породного контура конструктивное решение с податливым слоем за жесткой крепью не рассматривалось, так как требует большой толщины податливого материала, что тоже не может быть рекомендовано.

### Список литературы

1. Устойчивость и прочность элементов подземных сооружений / М.А. Журавков [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2019. — № 4(49). — С. 84–88.
2. Оловянный, А.Г. Механика горных пород. Моделирование разрушений / А.Г. Оловянный. — СПб.: КОСТА, 2012. — 280 с.
3. Effects of carnallite content on mechanical properties of Maha Sarakham rock salt / A. Luangthip [et al.] // Arabian Journal of Geosciences. — 2017. — Vol. 10, iss. 6. — DOI: <https://doi.org/10.1007/s12517-017-2945-9>.
4. О видах крепи сопряжений шахтных стволов и приствольных выработок в соляных породах / Д.Н. Альменко [и др.] // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 2018. — № 1. — С. 46–54. — DOI: <https://doi.org/10.15372/FTPRPI20180106>.
5. Аптуков, В.Н. Охрана горных выработок в соляных породах. Теория и практика / В.Н. Аптуков, С.А. Константинова, В.А. Соловьев // Palmarium Academic Publishing, 2013. — 412 с.
6. Константинова, С.А. Некоторые задачи механики деформирования и разрушения соляных пород / С.А. Константинова, В.Н. Аптуков. — Новосибирск: Наука, 2013. — 191 с.
7. Creep behaviour of bischofite, carnallite and mixed bischofite-carnallite-halite salt rock / N. Muhammad [et al.] // Geotectonic Research. — 2015. — Vol. 97, no. 1. — Pp. 15–17. — DOI: <https://doi.org/10.1127/1864-5658/2015-07>.
8. Парамонов, В.Н. Метод конечных элементов при решении нелинейных задач геотехники / В.Н. Парамонов. — СПб: Геореконструкция, 2012. — 264 с. — (Достижения современной геотехники).
9. Potts, D.M. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Application / D.M. Potts, L. Zdravkovic. — Thomas Telford Publishing. — 2001. — 427 p.
10. Method for predicting the stress-strain state of the vertical shaft lining at the drift landing section in saliferous rocks / M. Karasev [et al.] // Journal of Mining Institute. — Vol. 240. — 2019. — Pp. 628–637. — DOI: <https://doi.org/10.31897/pmi.2019.6.628>.
11. Протосеня, А.Г. Развитие напряженно-деформированного состояния комбинированной крепи вертикального ствола, пройденного в соляном массиве / А.Г. Протосеня, А.М. Катеров // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2022. — № 6–1. — С. 100–113. — DOI: [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2022\\_61\\_0\\_100](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2022_61_0_100).
12. Козел, А.М. Геомеханические вопросы проектирования и поддержания шахтных стволов. Кн. 1. Условия поддержания, состояние, виды и причины деформаций вертикальных стволов / А.М. Козел. — СПб: Недра, 2001. — 216 с.
13. Williams, A. Boulby mine shaft lining design—second restoration / A. Williams, F. A. Auld // Mining technology. Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy. Section A. — 2002. — Vol. 111, iss. 1. — Pp. 13–27. — DOI: <https://doi.org/10.1179/mnt.2002.111.1.13>.
14. Волновая динамика неоднородных и нелинейных структур с приложением к геомеханике и биомеханике / А.В. Борисов [и др.]; под общ. ред. А.В. Чигарева. — Смоленск: Универсум, 2015. — 431 с.
15. Чигарев, А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / А.В. Чигарев; под ред. Е.И. Шемякина. — Минск: Технопринт, 2000. — 426 с.
16. Kazlouski, J. Study of sylvinitic heterogeneous creep characteristics and their influence on the shaft stability / J. Kazlouski, M. Zhuravkov, S. Bogdan // The Mechanical Behavior of Salt X. — Utrecht: CRC Press/Balkema, 2022. — Pp. 519–529. — DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003295808-48>.
17. Auld, F.A. Design and construction of deep shaft concrete linings in the UK / F.A. Auld // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. — 1989. — Vol. 26, iss. 3–4. — P. A224. — DOI: [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(89\)92923-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(89)92923-9).
18. Jia, Y.D. Numerical modelling of shaft lining stability at deep mine / Y.D. Jia, R. Stace, A. Williams // Mining Technology. Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy. Section A. — 2013. — Vol. 122, iss. 1. — Pp. 8–19. — DOI: <https://doi.org/10.1179/1743286312Y.0000000022>.

KAZLOUSKI Jauheni Ja.

Ph. D. Student of Theoretical and Applied Mechanics Department<sup>1</sup>  
Principal specialist of the Geomechanics Laboratory<sup>2</sup>  
E-mail: [jkazlouski@outlook.com](mailto:jkazlouski@outlook.com)

ZHURAVKOV Michael A., D. Sc. in Phys. and Math., Prof.

Head of Theoretical and Applied Mechanics Department<sup>1</sup>  
E-mail: [zhuravkov@bsu.by](mailto:zhuravkov@bsu.by)

<sup>1</sup>Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus

<sup>2</sup>ProTech Lab, LLC, Saint Petersburg, Russian Federation

Received 30 September 2022.

## INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF VARIOUS TYPES OF MINE SHAFT LININGS IN CARNALLITE ROCK MASS

*The paper considers the mechanical behaviour of a salt rock mass around a mine shaft and analyses the causes for the differences in the nature and speed of deformation relative to the analog object. Assuming a significant effect of carnallite inclusions in rock salt on the physical and mechanical properties of the rock, it is proposed to combine carnallite rocks and rock salt zones with inclusions into a unified modeling medium. It is justified by solving model problems based on monitoring data. Adhering to the proposed*

approaches, the tasks of the “lining – mass” interaction are solved for the types of fastening regulated by regulatory documents. The values of rock pressure in similar mining and geological conditions on a rigid lining are determined. A forecast is given for the stability time of a rigid combined cast-iron-concrete lining and a pliable block lining made of high-performance concrete.

**Keywords:** geomechanics, underground structures, salt rock, creep, mine shaft, carnallite, mine shaft lining

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-2-63-53-60>

## References

- Zhuravkov M.A., Hvesenya S.S., Lapatsin S.N., Nikolaitchik M.A. Ustoychivost i prochnost elementov podzemnykh sooruzheniy [Stability and strength assessment of the underground structure elements]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2019, no. 4(49), pp. 84–88 (in Russ.).
- Olovyannyy A.G. *Mekhanika gornyykh porod. Modelirovaniye razrusheniya* [Mechanics of rocks. Destruction modeling]. Saint Petersburg, KOSTA Publ., 2012. 280 p. (in Russ.).
- Luangthip A., Wilalak N., Thongprapha T., Fuenkajorn K. Effects of carnallite content on mechanical properties of Maha Sarakham rock salt. *Arabian journal of geosciences*, 2017, vol. 10, iss. 6. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12517-017-2945-9>.
- Alymenko D.N., Solovev V.A., Aptukov V.N., Kotlyar E.K. O vidakh krepki sopryazheniy shakhtnykh stvolov i pristinvolnykh vyrabotok v solyanykh porodakh [About the types of supports for the joints of mine shafts and shaft workings in salt rocks]. *Fiziko-tehnicheskkiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh*, 2018, no. 1, pp. 46–54. DOI: <https://doi.org/10.15372/FTPRP120180106> (in Russ.).
- Aptukov V.N., Konstantinova S.A., Solovev V.A. *Okhrana gornyykh vyrabotok v solyanykh porodakh. Teoriya i praktika* [Protection of mine workings in salt rocks. Theory and practice]. Palmarium Academic Publishing, 2013. 412 p. (in Russ.).
- Konstantinova S.A., Aptukov V.N. *Nekotorye zadachi mekhaniki deformirovaniya i razrusheniya solyanykh porod* [Some problems in the mechanics of deformation and damage of salt rocks]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2013. 191 p. (in Russ.).
- Muhammad N., De Bresser J., Spiers C., Peach C. Creep behaviour of bischofite, carnallite and mixed bischofite-carnallite-halite salt rock. *Geotectonic research*, 2015, vol. 97, no. 1, pp. 15–17. DOI: <https://doi.org/10.1127/1864-5658/2015-07>.
- Paramonov V.N. *Metod konechnykh elementov pri reshenii nelineynykh zadach geotekhniki* [Finite element method for solving non-linear geotechnical problems]. Saint Petersburg, Georekonstruktsiya Publ., 2012. 263 p. (in Russ.).
- Potts D.M., Zdravkovic L. *Finite element analysis in geotechnical engineering: application*. Thomas Telford Publishing, 2001. 427 p.
- Karasev M.A., Buslova M.A., Vilner M.A., Nguyen T.T. Method for predicting the stress-strain state of the vertical shaft lining at the drift landing section in saliferous rocks. *Journal of Mining Institute*, 2019, vol. 240, pp. 628–637. DOI: <https://doi.org/10.31897/pmi.2019.6.628>.
- Protosenja A.G., Katerov A.M. Razvitie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kombinirovannoy krepki vertikalnogo stvola, proydenogo v solyanom massive [Development of stress and strain state of combined support for a vertical shaft driven in salt massif]. *Mining informational and analytical bulletin*, 2022, no. 6–1, pp. 100–113. DOI: [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2022\\_61\\_0\\_100](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2022_61_0_100) (in Russ.).
- Kozel A.M. *Geomekhanicheskie voprosy proektirovaniya i podderzhaniya shakhtnykh stvolov. Kniga 1. Usloviya podderzhaniya, sostoyanie, vidy i prichiny deformatsiy vertikalnykh stvolov* [Geomechanical issues of design and maintenance of mine shafts. Book 1. Maintenance, conditions, types and causes of deformations of vertical shafts]. Saint Petersburg, Nedra Publ., 2001. 216 p. (in Russ.).
- Williams A., Auld F.A. Boulby mine shaft lining design — second restoration. *Mining technology. Transactions of the institutions of mining and metallurgy: Section A*, 2002, vol. 111, iss. 1, pp. 13–27. DOI: <https://doi.org/10.1179/mnt.2002.111.1.13>.
- Borisov A.V., Burenin A.A., Polenov V.S., Chigarev A.V. *Volnovaya dinamika neodnorodnykh i nelineynykh struktur s prilozheniem k geomekhanike i biomekhanike* [Wave dynamics of heterogeneous and nonlinear structures with applications to geomechanics and biomechanics]. Smolensk, Univer-sum Publ., 2015. 431 p. (in Russ.).
- Chigarev A.V. *Stokhasticheskaya i regulyarnaya dinamika neodnorodnykh sred* [Stochastic and regular dynamics of heterogeneous media]. Minsk, Tekhnoprint Publ., 2000. 425 p. (in Russ.).
- Kazlouski J., Zhuravkov M.A., Bogdan S.I. Study of sylvite heterogeneous creep characteristics and their influence on the shaft stability. *The mechanical behavior of salt X*, 2022, pp. 519–529. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003295808-48>.
- Auld F.A. Design and construction of deep shaft concrete linings in the UK. *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, 1989, vol. 26, iss. 3–4, p. A224. DOI: [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(89\)92923-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(89)92923-9).
- Jia Y.D., Stace R., Williams A. Numerical modelling of shaft lining stability at deep mine. *Mining technology. Transactions of the institutions of mining and metallurgy: Section A*, 2013, vol. 122, iss. 1, pp. 8–19. DOI: <https://doi.org/10.1179/1743286312Y.0000000022>.