



БИОМЕХАНИКА

УДК 616.728:51

А.В. НИКИТИН

старший преподаватель кафедры био- и наномеханики¹
E-mail: andy.nik@tut.by

Г.И. МИХАСЕВ, д-р физ.-мат наук, проф.

заведующий кафедрой био- и наномеханики¹
E-mail: mikhasev@bsu.by

М.Г. БОТОГОВА, канд. физ.-мат. наук

доцент кафедры био- и наномеханики¹
E-mail: batahova@bsu.by

¹Белорусский государственный университет, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 16.02.2023.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО МОДУЛЯ ЮНГА БИОКОМПОЗИТА КОСТЬ–ТИТАН, ОБРАЗОВАННОГО В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОЛНОЙ ОСТЕОИНТЕГРАЦИИ ИМПЛАНТАТА

Целью исследований является математическое моделирование титановой пористой структуры для оценки эффективного модуля Юнга до и после завершённого процесса остеоинтеграции. Предложена новая модель в виде трехмерного массива ячеек Гибсона–Эшби с жестким защемлением горизонтальных балок, покоящихся на упругом основании. Расчеты, выполненные на основе разработанной модели, сравниваются с известными моделями и литературными данными. Доказано предположение, что при заполнении полостей пористой матрицы титанового имплантата костной тканью в результате процесса остеоинтеграции значение эффективного модуля Юнга увеличивается пропорционально пористости образца.

Ключевые слова: модель Гибсона–Эшби, пористый титан, эффективный модуль Юнга, балка на упругом основании

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-2-63-69-74>

Постановка задачи. В настоящее время много исследований направлены на изучение металлических биоматериалов для замещения костной ткани. Среди всех биоматериалов, наиболее широко известен титан и его сплавы, обладающие наилучшими биомеханическими характеристиками. Однако явление экранирования напряжений, возникающее в связи с несоответствием между модулями Юнга костной ткани и титана, остается главной проблемой при их использовании в биомедицинских целях, поскольку является причиной резорбции кости, приводящей

к разрушению кортикального слоя, окружающего имплантат [1]. Помимо этого, недостатком титана как ортопедического имплантата является его биоинертность, приводящая к плохой остеоинтеграции. Соответственно, для решения проблемы экранирования напряжения предлагается использовать титан с более низким модулем упругости или титановые пористые структуры. Кроме того, пористая структура может также увеличить остеоинтеграцию титановых имплантатов за счет врастания костных тканей в полости пористой матрицы [2].

На данный момент в литературе сравнительно много исследований посвящено изучению прочностных характеристик пористых структур с помощью механических испытаний на сжатие. Значение эффективного модуля Юнга определяется исходя из анализа диаграмм деформирования титановых образцов [3–5]. Также многие авторы описывают механизмы распределения усилий, возникающих в образцах трехмерных структур под действием нагрузки, с помощью конечно-элементного моделирования внутренней топологии и расчета напряженно-деформируемого состояния [6–8]. Для прогнозирования прочностных характеристик пористых материалов, некоторые авторы рассматривают различные математические зависимости между пористостью и значением эффективного модуля Юнга металла, из которого изготовлен образец [9, 10]. Наиболее часто встречающимся является соотношение Гибсона–Эшби для ячеистых структур в виде куба на основе жестко закрепленных балок [11]. Однако несмотря на обширную область исследований, связанных с изучением биосовместимых пористых материалов, в литературе практически отсутствуют публикации, которые описывают влияние эффекта врастания костных тканей на прочностные характеристики имплантата.

Цель данного исследования — создание математической модели на основе ячеек Гибсона–Эшби, описывающей деформацию остеоинтегрированного пористого титана, поры которого в результате заверщенного процесса остеогенеза заполнены костной тканью.

Организация и методика исследования. Для имитации эффекта врастания костной ткани в пористую структуру титанового имплантата внутри ячейки Гибсона–Эшби, состоящей из линейных элементов типа балка длиной l и толщиной t , был создан дополнительный объем, как показано на рисунке 1.

В этом случае для расчета деформации необходимо горизонтальную балку принять как лежащую на упругом основании, на которую действуют реактивные силы P (реакции упругого основания), определяемые по формуле:

$$P(x) = ktw(x) = k_0w(x), \quad (1)$$

где t — ширина балки; k — коэффициент постели; $k_0 = kt$; $w(x)$ — прогиб горизонтальной балки как функция координаты $x \in [0, l]$. Если интенсивность нагрузки, действующей на балку, принять как сумму внешней и реактивной нагрузки, то можно использовать дифференциальное уравнение изгиба балки

$$E_s I w^{IV}(x) = F(x) - P(x)$$

или

$$w^{IV}(x) + 4\alpha^4 w(x) = \frac{F(x)}{E_s I}, \quad (2)$$

где E_s — модуль Юнга сплошного титана; $I = t^4/12$ — осевой момент инерции квадратного сечения балки;

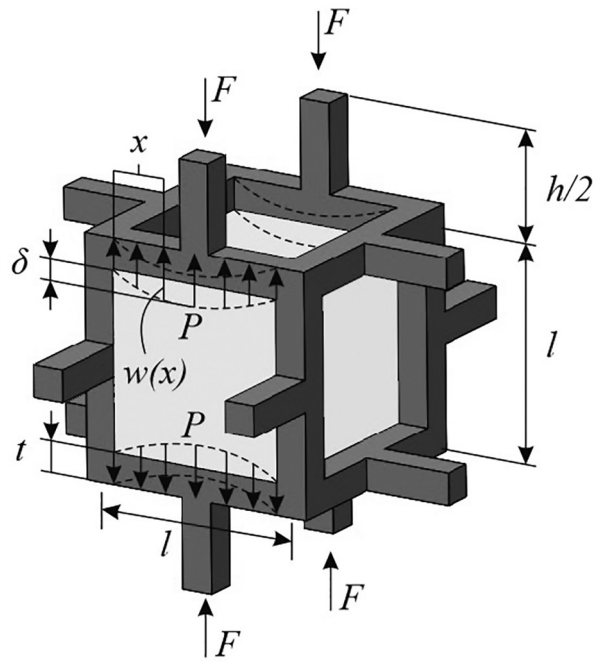


Рисунок 1 — Линейно-упругая деформация ячейки Гибсона–Эшби, внутренний объем которой представляет собой упругое основание и имитирует костную ткань
Figure 1 — Linear elastic deformation of the Gibson–Ashby cell, the internal volume of which is an elastic base and imitates bone tissue

$\alpha = \sqrt[4]{kt / 4E_s I}$. Коэффициент α является одним из основных параметров уравнения изгиба, он зависит одновременно и от жесткости балки $E_s I$, и от жесткости основания kt . Заменяя в уравнении (2) переменную x безразмерным параметром $\xi = \alpha x$, получим:

$$\frac{d^4 w(\xi)}{d\xi^4} + 4w(\xi) = \frac{4F(\xi)}{k_0}. \quad (3)$$

Для незагруженной балки уравнение (3) примет вид:

$$\frac{d^4 w(\xi)}{d\xi^4} + 4w(\xi) = 0. \quad (4)$$

Общее решение (4) записывается в виде (5) [12]:

$$w(\xi) = w_0 Y_1(\xi) + \varphi_0 \frac{Y_2(\xi)}{\alpha} - M_0 \frac{Y_3(\xi)}{E_s I \alpha^2} - Q_0 \frac{Y_4(\xi)}{E_s I \alpha^3}, \quad (5)$$

где w_0, φ_0, M_0, Q_0 — четыре начальных параметра: прогиб, угол поворота, изгибающий момент, поперечная сила; Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 — функции Крылова, определяющиеся по формулам:

$$\begin{aligned} Y_1(\xi) &= \cosh(\xi) \cos(\xi); \\ Y_2(\xi) &= \frac{1}{2} (\cosh(\xi) \sin(\xi) + \sinh(\xi) \cos(\xi)); \\ Y_3(\xi) &= \frac{1}{2} \sinh(\xi) \sin(\xi); \\ Y_4(\xi) &= \frac{1}{4} (\cosh(\xi) \sin(\xi) - \sinh(\xi) \cos(\xi)). \end{aligned}$$

Частное решение (3) для случая сосредоточенной силы F , приложенной посередине балки, имеет вид [12]:

$$w^*(\xi) = \frac{4F\alpha}{k_0} Y_4 \left(\xi - \frac{\alpha l}{2} \right). \quad (7)$$

Тогда общее решение уравнения (3) примет вид:

$$w(\xi) = w_0 Y_1(\xi) + f_0 \frac{Y_2(\xi)}{\alpha} - M_0 \frac{Y_3(\xi)}{E_s I \alpha^2} - Q_0 \frac{Y_4(\xi)}{E_s I \alpha^3} + \frac{4F\alpha}{k_0} Y_4 \left(\xi - \frac{\alpha l}{2} \right). \quad (8)$$

Для жестко заделанной с двух сторон балки

$$w_0 = 0; \quad \varphi_0 = 0; \quad w(\alpha l) = 0; \quad w'(\alpha l) = 0. \quad (9)$$

Используя граничные условия (9), определяем неизвестные константы M_0 , Q_0 и получаем формулу для расчета прогиба жестко заделанной балки, лежащей на упругом основании:

$$w(\alpha l / 2) = \delta_{fix}; \quad (10)$$

$$\delta_{fix} = \frac{4\alpha \left(Y_3^2 \left(\frac{\alpha l}{2} \right) Y_4(\alpha l) - 2Y_3(\alpha l) Y_3 \left(\frac{\alpha l}{2} \right) Y_4 \left(\frac{\alpha l}{2} \right) + Y_2(\alpha l) Y_4^2 \left(\frac{\alpha l}{2} \right) \right)}{k_0 \left(Y_3^2(\alpha l) - Y_2(\alpha l) Y_4(\alpha l) \right)} \times F = C_{fix} F, \quad (11)$$

где C_{fix} — расчетный коэффициент.

Для нахождения коэффициента C_{fix} необходимо вычислить параметр α через коэффициент постели. Примем, что балочные элементы модели обладают механическими свойствами титана, для которого модуль Юнга $E_s = 112$ ГПа, а коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, что соответствует характеристикам коммерческого титана Grade 4 (ГОСТ ИСО 5832-2-2020). При этом значение модуля Юнга упругого основания зададим как для костной ткани $E_k = 17$ ГПа с коэффициентом Пуассона $\nu_k = 0,3$ [8]. Коэффициент постели для балки на упругом основании можно вывести из формулы для пластинки [12]:

$$k = \frac{2E_k(1-\nu_k)K}{(1+\nu_k)(3-4\nu_k)} = \frac{2E_k(1-\nu_k)}{(1+\nu_k)(3-4\nu_k)}, \quad (12)$$

где $K = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$, k_1, k_2 — параметры, характеризующие изменяемость деформаций. Для одномерной балки, лежащей на упругом основании ($k_1 = 1, k_2 = 0$).

Для костной ткани формула (12) дает значение $k = 10,171$ ГПа/мм. Зная коэффициент постели, можно рассчитать коэффициент α титановой балки сечением $t \times t$ через ее ширину:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{kt}{4E_s I}} = \sqrt[4]{\frac{3k}{E_s t^3}} = 0,722 \cdot t^{-\frac{3}{4}}. \quad (13)$$

Рассмотрим модель пористого титана в виде трехмерного массива ячеек в форме куба размерностью $n \times n \times n$. Используя литературные данные, описывающие модель пористого титана с открытыми порами [9], относительная деформация ε_f пористой модели кубической формы с учетом деформации вертикальных балок равна

$$\varepsilon_f = \frac{2n\delta + n\delta_l + (n-1)\delta_h}{nl + (n-1)h}, \quad (14)$$

где n — размерность параллелепипеда; l — длина балки в ячейке; h — длина переемычки между ячейками; δ_l — удлинение вертикальной балки в ячейке; δ_h — удлинение вертикальной переемычки между ячейками; δ — прогиб горизонтальной балки. Поскольку в нашем случае при заполнении полостей пористой матрицы костной тканью мы рассматриваем прогиб горизонтальной балки как покоящейся на упругом основании, то заменив в уравнении (14) переменную δ на переменную δ_{fix} из формулы (11), можно вычислить эффективный модуль Юнга пористого куба через закон Гука [9]:

$$E_f = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_f} = \frac{F_c}{(2n-1)^2 l^2 \varepsilon_f} = \frac{2n^2 (nl + (n-1)h) F}{(2n-1)^2 (2n\delta_{fix} + n\delta_l + (n-1)\delta_h) l^2}, \quad (15)$$

где σ_f — напряжение в пористом кубе; $F_c = 2n^2 F$ — суммарная сила, действующая на верхнюю грань куба; F — сила, приложенная к центру каждой горизонтальной балки. Удлинение вертикальных балок записывается как

$$\delta_l = \varepsilon_l l = \frac{\sigma_l}{E_s} l = \frac{Fl}{2t^2 E_s}; \quad \delta_h = \varepsilon_h l = \frac{\sigma_h}{E_s} h = \frac{Fh}{t^2 E_s}, \quad (16)$$

где σ_l — напряжение, возникающее в вертикальных балках ячейки длиной l ; σ_h — напряжение, возникающее в вертикальной переемычке длиной h ; t — ширина балки. Подставим в уравнение (15) выражения для нахождения деформации горизонтальной балки (11) и вертикальных балок (16). Тогда приняв силу, приложенную к центру горизонтальной балки, как $F = F_c / 2n^2$, получим:

$$E_f = \frac{(nl + (n-1)h) F_c}{(2n-1)^2 l^2 \left(\frac{C_{fix} F_c}{n} + \frac{n F_c l}{4n^2 t^2 E_s} + \frac{(n-1) F_c h}{2n^2 t^2 E_s} \right)} = \frac{4E_s n^2 t^2 (nl + (n-1)h)}{(1-2n)^2 l^2 (nl + 4nC_{fix} E_s t^2 + 2(n-1)h)}.$$

Если рассматривать трехмерный массив ячеек в виде куба, когда $h = l$, то данное выражение можно упростить до следующего вида:

$$E_f = \frac{4n^2 t^2}{(2n-1)(4nC_{fix} E_s t^2 + (3n-2)l)} E_s. \quad (17)$$

Для сравнения приведем соотношение для эффективного модуля Юнга пористого титана с открытыми порами для ячеек с жестко зашпеленным типом закрепления балок [9], которое рассчитывается по формуле

$$E_f = \frac{16nt^4}{(2n-1)\left(1 + 4\frac{(3n-2)t^2}{nl^2}\right)} E_s. \quad (18)$$

В дальнейшем оба выражения (17) и (18) используются для расчета значений эффективного модуля Юнга биокompозита кость–титан различной пористости и сравнения результатов с литературными данными.

Результаты исследования. Первоначально для каждой модели в зависимости от ее пористости по формулам (11) и (13) были рассчитаны коэффициенты C_{fix} и α соответственно. Значения этих параметров представлены в таблице 1 для трехмерного массива ячеек размерами $200 \times 200 \times 200$, имеющего различную пористость ϕ в диапазоне от 10 до 90 % и длину балочных элементов $l = 1,58$ мм. При этом ширина балки $t = l\sqrt{1-\phi}$ [9].

Полученное нами ранее выражение (17) применялось для расчета значений эффективного модуля Юнга пористых структур, поры которых были заполнены костью. Также в наших расчетах для изучения эффекта врастания костных тканей в полости пористой матрицы имплантата было использовано выражение (18), описывающее модель пористого титана с открытыми порами. Основным параметром, позволяющим определить различие двух систем, был выбран относительный модуль Юнга, который рассчитывается как отношение эффективных модулей Юнга пористого и сплошного титана $\bar{E} = E_f/E_s$. При этом модуль упругости сплошного титана $E_s = 112$ ГПа соответствует характеристикам коммерческого титана Grade 4 [16], который используется при изготовлении пористых вставок для костных имплантатов [2].

Результаты расчетов относительного модуля Юнга для девяти образцов различной пористости отображены на рисунке 2: кривая 1 — для модели пористого титана с открытыми порами [9], а кривая 2 — биомеханическая система титан–кость, образованная в результате процесса остеоинтеграции имплантата, когда все поры заполнены костной тканью. Помимо наших расчетов на графике представлена также кривая 3, построенная на основании данных результатов моделирования пористого титана с открытыми порами в программном пакете GeoDict [11].

Графики зависимостей 1 и 2, построенные на основании результатов наших расчетов, находятся в пределах графика зависимости 3, что может свидетельствовать об относительном неплохом соответствии нашей математической модели по-

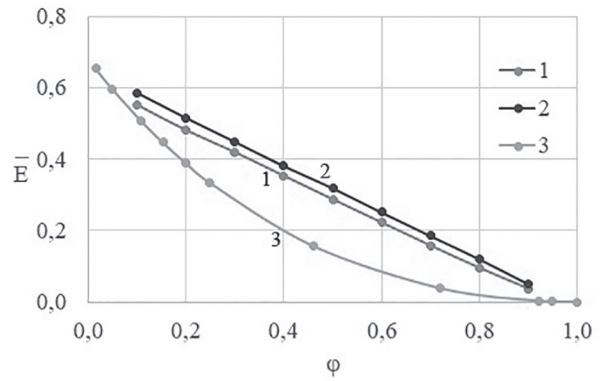


Рисунок 2 — График зависимости относительного модуля Юнга \bar{E} от пористости ϕ для массива ячеек размерностью $200 \times 200 \times 200$: 1 — открытые поры (формула (18)); 2 — поры заполнены костью (формула (17)); 3 — моделирование в GeoDict
Figure 2 — Graph of the dependence of the relative Young modulus \bar{E} on porosity ϕ for an array of cells with a dimension of $200 \times 200 \times 200$: 1 — open pores (formula (18)); 2 — pores filled with bone (formula (17)); 3 — modeling in GeoDict

ристого титана с открытыми порами результатам моделирования, в особенности для малых и больших степеней пористости. Как видно из рисунка 2, кривая 2 смещена вверх относительно кривой 1, что указывает на ожидаемое увеличение значений эффективного модуля Юнга для образца, заполненного костной тканью. Поскольку обе кривые практически параллельны и имеют нисходящий уклон, различие между значениями прочностных характеристик будет увеличиваться в процентном соотношении при увеличении пористости. Чем больше объем имеет костная ткань в качестве упругого основания горизонтальных балок, тем большую жесткость имеет вся биомеханическая система. Также верно и обратное, что при увеличении плотности титановой составляющей пористого образца костная ткань занимает меньший объем и соответственно оказывает меньше влияние на распределение внутренних усилий. В таблице 2 указан параметр ΔE , обозначающий на сколько больше в процентном соотношении значение модуля Юнга, рассчитанное для модели 2, относительно значений, рассчитанных для модели 1.

Адекватность нашей модели при расчете пористого титана с открытыми порами подтверждается механическими испытаниями на сжатие, описанными в [13, 14]. Согласно проведенным исследованиям эффективные модули Юнга, рассчитанные для образцов пористостью 41 %, имели значения от 39–41 ГПа. Наши расчетные данные показали значение этого параметра при такой же пористости 39 ГПа. Также для пористого титана пористостью

Таблица 1 — Сводная таблица расчетных коэффициентов
Table 1 — Summary table of calculated coefficients

ϕ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
t , мм	0,150	0,141	0,132	0,122	0,112	0,100	0,086	0,071	0,050
α	3,00	3,13	3,30	3,49	3,74	4,06	4,53	5,27	6,84
C_{fix}	0,0014	0,0018	0,0024	0,0032	0,0046	0,0071	0,0129	0,0274	0,1065

Таблица 2 — Сводная таблица расчетных коэффициентов
Table 2 — Summary table of calculated coefficients

φ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Delta E, \%$	6,1	9,2	7,1	7,9	11,1	13,1	17,6	26,9	36,9

22 % с помощью ультразвукового исследования было рассчитано значение эффективного модуля Юнга в 60 ГПа, что в нашем случае составило 53 ГПа.

Как было сказано выше, в литературе практически отсутствуют публикации, которые описывают влияние эффекта вставания костных тканей на прочностные характеристики пористого титана и качественно сравнить полученные результаты с данными механических испытаний весьма затруднительно. Однако есть некоторые исследования, которые также подтверждают наше предположение, что при заполнении полостей пористой матрицы титанового имплантата костной тканью значение эффективного модуля Юнга увеличивается пропорционально пористости образца. Так, в работе [8] анализ диаграмм деформирования, полученных в результате испытаний на статическое сжатие призматических сегментов вставок пористостью 40 % до и после заполнения пор костной тканью, показал увеличение модуля упругости на 25 %. Помимо механических испытаний авторами также проводилось прямое конечно-элементное моделирование внутренней архитектуры титановых образцов и расчет диаграмм напряжений, возникающих в результате приложения внешней нагрузки. Значения эффективных модулей упругости, рассчитанных как отношение напряжений и относительных деформаций, повышались на 31 % для образцов биомеханической системы кость–титан в сравнении с металлическим имплантатом. Следует отметить, что и в первом, и во втором исследовании характер полученных результатов не позволяет дать статистически значимую оценку из-за ограниченности количества исследуемых образцов. Однако доказывает справедливость предположения о влиянии процесса остеогенеза на деформационно-прочностные свойства пористого титана. Согласно нашим расчетам, учет реакции проросшей костной ткани как упругого основания приводит к восьмипроцентному увеличению значения модуля Юнга для трехмерной структуры пористостью 40 %.

Выводы. В данном исследовании нами демонстрируется построение ячеистой математической модели для пористых металлов, поры которой заполнены костной тканью. Уравнения, полученные с помощью теории расчета балок на упругом основании, доказали справедливость предположения о влиянии процесса остеointеграции имплантата за счет повышения его деформационно-прочностных свойств. На примере расчета девяти образцов различной плотности был показан характер изменений. Увеличение пористости металлического имплантата приводит к большему влиянию костной ткани на значение эффективного модуля Юнга биомеханической системы кость–титан. Кроме того,

по мере уменьшения пористости костная ткань занимает меньший объем и оказывает меньшее влияние на распределение внутренних усилий.

Предложенная нами новая модель в виде трехмерного массива ячеек с жестким защемлением горизонтальных балок, покоящихся на упругом основании, позволяет определить эффективный модуль Юнга остеointегрированной пористой структуры любой пористости (формула (17)).

Список литературы

1. Characterization of the deformation behavior of intermediate porosity interconnected Ti foams using micro-computed tomography and direct finite element modeling / R. Singh [et al.] // *Acta Biomaterialia*. — 2010. — Vol. 6, iss. 6. — Pp. 2342–2351. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2009.11.032>.
2. Processing and Characterization of Porous Titanium for Orthopedic Implant Prepared by Argon-atmospheric Sintering and Arc Plasma Sintering / D. Annura [et al.] // *Materials Research*. — 2021. — Vol. 24, iss. 6. — DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2021-0122>.
3. Kumar, N. Physical and mechanical properties of powder-metallurgy-processed titanium alloys and composites: a comparative analysis / N. Kumar, A. Bharti // *Metal Science and Heat Treatment*. — 2022. — Vol. 64, iss. 5-6. — Pp. 245–251. — DOI: <https://doi.org/10.1007/s11041-022-00794-x>.
4. Powder Metallurgy Processing and Mechanical Properties of Controlled Ti-24Nb-4Zr-8Sn Heterogeneous Microstructures / B. Fer [et al.] // *Metals*. — 2020. — Vol. 10, iss. 12. — DOI: <https://doi.org/10.3390/met10121626>.
5. Effects of pore size and porosity on cytocompatibility and osteogenic differentiation of porous titanium / Yt. Yao [et al.] // *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*. — 2021. — Vol. 32, iss. 6. — DOI: <https://doi.org/10.1007/s10856-021-06548-0>.
6. Finite Element Analysis on Initial Crack Site of Porous Structure Fabricated by Electron Beam Additive Manufacturing / M.-H. Tsai [et al.] // *Materials*. — 2021. — Vol. 14, iss. 23. — DOI: <https://doi.org/10.3390/ma14237467>.
7. Portela, C.M. Impact of node geometry on the effective stiffness of non-slender three-dimensional truss lattice architectures / C.M. Portela, J.R. Greer, D.M. Kochmann // *Extrem. Mech. Lett.* — 2018. — Vol. 22. — Pp. 138–148. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eml.2018.06.004>.
8. Никитин, А.В. Определение механических характеристик биокompозита кость–титан на основании данных компьютерной томографии и конечно-элементного моделирования / А.В. Никитин // *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. — 2020. — № 2. — С. 79–85. — DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2020-2-79-85>.
9. Никитин, А.В. Оценка эффективного модуля Юнга пористого титана с открытыми порами на основе трехмерного массива ячеек Гибсона–Эшби / А.В. Никитин, Г.И. Михасев // *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. — 2022. — № 1. — С. 75–82. — DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-75-82>.
10. Porous Titanium for Biomedical Applications: Evaluation of the Conventional Powder Metallurgy Frontier and Space-Holder Technique / S. Lascano [et al.] // *Applied Sciences*. — 2019. — Vol. 9, iss. 5. — DOI: <https://doi.org/10.3390/app9050982>.
11. Uhlřřov, T. Conductivity and Young’s modulus of porous materials based on Gibson–Ashby cells / T. Uhlřřov, W. Pabst // *Scripta Materialia*. — 2019. — Vol. 159. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2018.09.005>.
12. Михасев, Г.И. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы / Г.И. Михасев, П.Е. Товстик. — М.: Физматлит, 2009. — 291 с.
13. Thelen, S. Mechanics Considerations for Microporous Titanium as an Orthopedic Implant Material / S. Thelen, F. Barthelat, L.C. Brinson // *Journal of Biomedical Materials Research Part A*. — 2004. — Vol. 69A, iss. 4. — Pp. 601–610. — DOI: <https://doi.org/10.1002/jbm.a.20100>.
14. Solid-state Foaming of Titanium by Superplastic Expansion of Argon-filled Pores / N.G. Davis [et al.] // *Journal of Materials Research*. — 2001. — Vol. 16, iss. 5. — DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.2001.0210>.

NIKITSIN Andrei V.

Senior Lecturer of Bio- and Nanomechanics Department¹

E-mail: andy.nik@tut.by

MIKHASEV Gennadi I., D. Sc. in Phys. and Math., Prof.

Head of Bio- and Nanomechanics Department¹

E-mail: mikhasev@bsu.by

BOTOGOVA Marina G., Ph. D. in Phys. and Math.

Associate Professor of Bio- and Nanomechanics Department¹

E-mail: batahova@bsu.by

¹Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus

Received 16 February 2023.

EFFECTIVE YOUNG MODULUS EVALUATION OF BONE–TITANIUM BIOCOMPOSITE FORMED DUE TO COMPLETE IMPLANT OSSEOINTEGRATION

The objective of study is to determine the effective Young modulus before and after the completed osseointegration process using mathematical modelling of a titanium porous structure. A novel model is proposed in the form of 3D arrays of Gibson–Ashby cells with rigid clamping of horizontal beams resting on elastic foundation. Calculations made on the basis of the developed model are compared with known models and literature data. The assumption is proved that the osseointegration process due to the bone tissues ingrowth into the pores of titanium implant could affect the Young modulus increasing its value in proportion to porosity of a specimen.

Keywords: Gibson–Ashby model, porous titanium, effective Young modulus, beam on elastic foundation

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-2-63-69-74>

References

1. Singh R., et al. Characterization of the deformation behavior of intermediate porosity interconnected Ti foams using micro-computed tomography and direct finite element modeling. *Acta biomaterialia*, 2010, vol. 6, iss. 6, pp. 2342–2351. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2009.11.032>.
2. Annur D., et al. Processing and characterization of porous titanium for orthopedic implant prepared by argon-atmospheric sintering and arc plasma sintering. *Materials research*, 2021, vol. 24, iss. 6. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2021-0122>.
3. Kumar N., Bharti A. Physical and mechanical properties of powder-metallurgy-processed titanium alloys and composites: a comparative analysis. *Metal science and heat treatment*, 2022, vol. 64, iss. 5–6, pp. 245–251. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11041-022-00794-x>.
4. Fer B., et al. Powder metallurgy processing and mechanical properties of controlled Ti-24Nb-4Zr-8Sn heterogeneous microstructures. *Metals*, 2020, vol. 10, iss. 12. DOI: <https://doi.org/10.3390/met10121626>.
5. Yao Yt., et al. Effects of pore size and porosity on cytocompatibility and osteogenic differentiation of porous titanium. *Journal of materials science: materials in medicine*, 2021, vol. 32, iss. 6. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10856-021-06548-0>.
6. Tsai M.-H., et al. Finite element analysis on initial crack site of porous structure fabricated by electron beam additive manufacturing. *Materials*, 2021, vol. 14, iss. 23. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma14237467>.
7. Portela C.M., Greer J.R., Kochmann D.M. Impact of node geometry on the effective stiffness of non-slender three-dimensional truss lattice architectures. *Extreme mechanics letters*, 2018, vol. 22, pp. 138–148. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eml.2018.06.004>.
8. Nikitsin A.V. Opređenje mekhanicheskikh kharakteristik biokompozita kost–titan na osnovanii dannykh kompyuternoy tomografii i konechno-elementnogo modelirovaniya [Estimation of the mechanical properties for bone – titanium biocomposite based on computed tomography data and finite element modeling]. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and informatics*, 2020, no. 2, pp. 79–85. DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2020-2-79-85> (in Russ.).
9. Nikitsin A.V., Mikhasev G.I. Otsenka effektivnogo modulya Yunga poristogo titana s otkrytymi porami na osnove trekhmernogo massiva yacheek Gibsona–Eshbi [Estimation of the effective Young's modulus for open cell porous titanium based on 3D Gibson – Ashby cell array]. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and informatics*, 2022, no. 1, pp. 75–82. DOI: <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-75-82> (in Russ.).
10. Lascano S., et al. Porous titanium for biomedical applications: evaluation of the conventional powder metallurgy frontier and space-holder technique. *Applied sciences*, 2019, vol. 9, iss. 5. DOI: <https://doi.org/10.3390/app9050982>.
11. Uhlířová T., Pabst W. Conductivity and Young's modulus of porous metamaterials based on Gibson – Ashby cells. *Scripta materialia*, 2019, vol. 159. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2018.09.005>.
12. Mikhasev G.I., Tovstik P.E. *Lokalizovannyye kolebaniya i volny v tonkikh obolochkakh. Asimptoticheskie metody* [Localized vibrations and waves in thin shells. Asymptotic methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 291 p. (in Russ.).
13. Thelen S., Barthelat F., Brinson L.C. Mechanics considerations for microporous titanium as an orthopedic implant material. *Journal of biomedical materials research. Part A*, 2004, vol. 69A, iss. 4, pp. 601–610. DOI: <https://doi.org/10.1002/jbm.a.20100>.
14. Davis N.G., Teisen J., Schuh C., Dunand D.C. Solid-state foaming of titanium by superplastic expansion of argon-filled pores. *Journal of materials research*, 2001, vol.16, iss. 5. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.2001.0210>.