

УДК 620.178.16; 620.178.3

Л.А. СОСНОВСКИЙ, д-р техн. наук, проф.

директор

E-mail: tribo-fatigue@mail.ru

ООО «НПО ТРИБОФАТИКА», г. Гомель, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 26.11.2018.

ЗАКОН ТРЕНИЯ: ОТ ТРИБОЛОГИИ К ТРИБОФАТИКЕ*. СООБЩЕНИЕ 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Трение — удивительный феномен природы.

Д. Гаркунов

К настоящему времени открыто немало законов природы. Познание каждого из них приводило к ускоренному развитию соответствующих разделов науки и далее, как правило, к прогрессу в какой-либо практической сфере деятельности сообщества людей. Эмпирический закон сухого трения [1, 2], впервые сформулированный Леонардо да Винчи 500 лет назад, вошел в историю техники как один из наиболее применяемых законов в инженерных расчетах [3]. Более того, наше мировоззрение немыслимо без понимания всеобщих процессов движения с трением (как и движения без трения). Все это дает основание сказать: «Трение — удивительный феномен природы» (Д. Гаркунов). Двести лет спустя (после да Винчи) Амонтон Г., Кулон Ш. и Эйлер Л. [4–7] внесли решающий вклад в обоснование и понимание закона сухого трения, и он стал классическим: сила трения при скольжении пропорциональна контактной нагрузке. Исследования показали, что для трибофатической системы (ТФС) классический закон трения оказывается неточным и, следовательно, неприменимым. Экспериментально установлено, что ошибка оценки коэффициента трения в ТФС (например, типа «колесо — рельс» и др.) достигает 60...70 % и более, если использовать для ее анализа классический закон трения. Поэтому возникает задача о корректировке классического закона трения. Выполнен комплекс теоретических и экспериментальных исследований, результаты которых позволили сформулировать обобщенный закон трения: сила трения пропорциональна как контактной, так и внеконтактной объемной нагрузке, если последняя возбуждает в зоне трения поле циклических напряжений (деформаций). Этот закон описывает все экспериментальные результаты (более 100 значений коэффициента трения) с погрешностью не более ± 6 %. Широкое применение в технике предложенного нами обобщенного закона трения считается весьма актуальной задачей. В заключении статьи сформулированы некоторые направления дальнейших исследований (теоретических и экспериментальных). Статья публикуется в трех сообщениях.

Ключевые слова: закон трения, трибология, пара трения, трибофатика, трибофатическая система, сила и коэффициент трения, скольжение, качение, проскальзывание, контактная нагрузка, давление, внеконтактная (объемная) нагрузка, напряжения, деформации

Введение. В литературе по трибологии можно найти много форм закона (моделей) внешнего трения, сформулированных различными учеными. В таблицах 1–3 дана краткая сводка некоторых известных модификаций этого закона, предложенных многими авторами в разное время [8–31]. Они отражают развитие представлений о процессе трения и отличаются стремлением авторов учесть некоторые явления и факторы, характерные для внешнего трения в многообразных условиях.

Так, одночленные модели (таблица 1) учитывают только одно явление (фактор), обуславливающее возникновение сил сопротивления отно-

сительному перемещению. Это, как правило, учет либо физической деформации поверхности, либо адгезии, либо энергетических потерь. Двучленные модели (таблица 2) позволяют учесть одновременную реализацию в зоне трения двух явлений. Чаще всего это адгезионно-деформационные модели. В моделях — многочленных функциях (таблица 3) — учитывается, кроме того, влияние смазки, скорости, смещения и других параметров. В примечаниях к таблице 3 можно найти детализацию многообразных условий трения, принимаемых во внимание (см. расшифровку условных обозначений). Нетрудно видеть, что почти все решения

*Написано по материалам пленарного доклада «Закон трения: 500 лет исследований, обобщение и применение в машиностроении», представленного на международной научно-технической конференции «Инновации в машиностроении — 2018» (г. Минск, Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, 18–19 сентября 2018 г.)

Таблица 1 — Одночленные модели закона трения
Table 1 — Monomial models of the law of friction

Автор(ы)	Закон (теория)	Источник
Amontons	$F_{тр} = fN$	[8]
Coulomb	$F = \frac{\lambda N}{r}$ $F_c = \mu F_N \text{sgn}(v)$	[8, 9]
Tomlinson G.	$f \sim N^{1/3}$	[10]
Bowden F., Tabor D.	$f = \tau_{ср} / HB_{\min}$	[11]
Liu J.	$f \approx 20E_{\text{на}} / \sigma_T$	[12]
Rigney D.A., Hirth J. P.	$f = \frac{w\tau\epsilon}{N}$	[13]
Tsuya Y.	$W_{\text{на}} = \int \rho E_{\text{на}} dV$ $F_{тр} = \rho w t \langle E_{\text{на}} \rangle$	[14]
Сосновский Л.А. Щербаков С.С. Комисаров В.В.	$f_s = f_E \frac{\delta \epsilon}{\gamma_s}$	[15]
Федоров С.В.	$\mu = \frac{\tau_l}{\tau_s}$	[16]

Таблица 2 — Двучленные модели закона трения
Table 2 — Binomial models of the law of friction

Автор(ы)	Закон (теория)	Источник
Coulomb	$F_{тр} = F_0 + f_1 N$ $T = A + fN$	[8, 9]
Дерягин Б. В.	$F_{тр} = F_0 + f_1 N$ $f_0 = f_0 \left(1 + \frac{A_p P_0}{P} \right)$	[17]
Алексеев Н. М.	$\tau = \tau_0 + \beta N$	[18, 19]
Епифанов Г.И.	$F = \Theta_0 A + kL$	[20]
Bowden F., Tabor D.	$F = [\alpha \tau_m + (1 - \alpha) \tau_l] A$	[11]
Knott J.F.	$f = 8\gamma / (Hd)$ — для хрупких материалов; $f = 2\gamma_{\text{на}} / (Hd)$ — для пластичных материалов или $f = \frac{1}{6} \frac{K_{fc}^2}{EHd}$	[21]

в таблицах 2 и 3 так или иначе базируются на классическом законе трения, однако в ряде случаев там представлены функции для коэффициента трения, полученные из иных соображений. Как уже отмечалось, в машиностроении оценка величины коэффициента трения оказывается в ряде случаев приоритетной, тогда как знание силы трения не является обязательным.

Как подчеркивалось в [36], закон *да Винчи—Амонтона—Кулона—Эйлера* является чисто эмпирическим физическим законом (сухого) трения. И на протяжении полутысячелетней истории успешных попыток получить его теоретически, по имеющимся сведениям [2], не оказалось. Впервые это сделано в наше время в рамках *трибофати-*

ки [32]. В первом десятилетии XXI века разработаны два разных подхода к теоретическому построению закона трения для ТФС [33]. В докладе кратко изложены и анализируются эти подходы.

1. Основные положения. Как хорошо известно (и, в частности, следует из таблиц 1–3), в трибологии принято, что на пару трения (ПТ) действует *одна единственная* контактная нагрузка. Если рассматривать ТФС, то ситуация меняется существенно, поскольку на нее действует *два* типа нагрузок: *контактная* (как правило, статическая) и *объемная* (как правило, циклическая). Отсюда следует возможность (как и необходимость) корректировки закона трения применительно к ТФС. Нетрудно понять, что существует только два пути уточнения классического закона $F_S = f_S F_N$. Один из них состоит в том, чтобы для ТФС уточнить величину контактной нагрузки (F_N). Чтобы это сделать, надо найти методику определения *дополнительной контактной нагрузки* P_b , которая формируется напряженно-деформированным состоянием в контакте, обусловленным объемными (неконтактными) силами. F_N и P_b должны быть сонаправлены и приложены в одной точке. Таким образом, в ТФС в действительности реализуется *суммарная контактная нагрузка* $(F_N + P_b) \neq F_N$, так как $|P_b| > 0$. Поскольку в такой системе изменяется величина контактной нагрузки, то, согласно закону трения, соответственно изменяются и численные значения силы и коэффициента трения. Другой путь состоит в том, чтобы уточнить для ТФС величину силы трения (F_S). Чтобы это сделать, надо предложить методику определения *дополнительной силы трения* F_σ , которая формируется на контактной площадке напряженно-деформируемым состоянием, обусловленным действием объемных (неконтактных) нагрузок. Поскольку силы F_S и F_σ в общем случае имеют разное направление (в ТФС они обычно взаимно перпендикулярны), то ясно, что на площадке контакта возникает плоское напряженно-деформированное состояние. И тогда силу трения в ТФС ($F_{S/\sigma}$) можно определить как функцию $F_{S/\sigma}(F_S, F_\sigma) \neq F_S$, так как $|F_\sigma| > 0$. Заметим, что *обобщенная сила трения* $F_{S/\sigma}$, согласно закону трения, должна соответствовать и объединенной (суммарной) контактной нагрузке $(F_N + P_b)$, тогда как определение частных значений сил трения F_S и F_σ ведут по одной и той же контактной нагрузке F_N . Ясно, что для реализации обоих путей необходимо знать совмещенное напряженно-деформированное состояние ТФС в области контакта, обусловленное обоими типами внешних нагрузок (контактной и объемной). Методика его расчета и анализа изложена в [36] (см. модель (19) *Щербакова—Сосновского—Журавкова* и рисунок 10).

Заметим, что отдельные специалисты высказывают мнение, будто корректировка классического закона трения в принципе неправомерна,

Таблица 3 — Модели закона трения (многочленные функции)
Table 3 — Models of the law of friction (polynomial functions)

Автор(ы)	Закон (теория)	Источник
Сосновский Л.А., Щербаков С.С., Комисаров В.В. [15]	$f_{\sigma}^{cm} = f_S + f_{cin} = f_S \left(1 \pm \mu_p \frac{\sigma_a}{p_a} \right) + \frac{1}{h} \frac{\eta v}{p_a}$	
Suh N. P., Sridharan P. [22, 23]	$f = \begin{cases} Km\sigma_0 \left(\varepsilon_0 - \frac{1}{2} \alpha \delta \right), & \delta < x_0; \\ Km\sigma_0 \left(\frac{\varepsilon_0 x_0}{\delta} - \frac{\alpha x_0^2}{2\delta} + \varepsilon_1 \delta^{-\beta} \left[1 - \left(\frac{x_0}{\delta} \right)^{1-\beta} \right] \frac{1}{1-\beta} \right), & \delta > x_0 \end{cases}$	
Suh N. P., Sridharan P. [22, 23]	$f_{cm} = f_{cyx} + \rho C_p \Delta T_{ад} \frac{V_{см}}{NL}$	
Пожбелко В.И. [24]	$F_S = f_k N' \left(1 + \frac{1}{2} [1 - \exp(-k_0 t_0)] \left[1 - \exp\left(1 - \frac{k_1}{v_H}\right) \right] \right)$	
Armstrong-H'elouvy B., Dupont P., Canudas de Wit C., Hensen R.H.A. [25]	$F_f(\dot{x}, t) = \left(F_c + F_v \dot{x} + F_s(\gamma, t) \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{x}(t - \tau_L)}{\dot{x}_s} \right)^2} \right) \operatorname{sgn}(\dot{x})$	
Dahl P. R. [26, 27]	$\frac{dF_f(x)}{dx} = \sigma \left 1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right ^n \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)$ $f_f = \sigma_0 z, \sigma_0 > 0; \dot{z} = \dot{x} \left(1 - \frac{\sigma_0}{f_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) z \right)$	

Автор(ы)	Закон (теория)	Источник
LuGre [28]	$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}$ $f_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}, \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2 > 0;$ $\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \frac{\sigma_0}{ f_{ss}(\dot{x}) } \operatorname{sgn}(\dot{x}) z \right)$	
Dupont P., Hayward V., Armstrong B., Altpeter F. [29]	$f_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x},$ $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2 > 0; \dot{z} = \dot{x} \left(1 - \alpha \left(z, \dot{x} \right) \frac{z}{z_{ss}(\dot{x})} \right)$	
Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C. G., Prajogo T. [30]	$F_f = F_h(z) + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x};$ $\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \operatorname{sgn} \left(\frac{F_d(z)}{S(v) - F_b} \right) \cdot \left \frac{F_d(z)}{S(v) - F} \right ^n \right);$ $S(v) = \operatorname{sgn}(v) \left(F_c + (F_s - F_c) e^{-(v /v_s)^{\beta}} \right)$	
Lampaert V., Swevers J., Al-Bender F. [31]	$F_f = F_h(z) + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x};$ $\dot{z} = \dot{x} \left(1 - \operatorname{sgn} \left(\frac{F_h(z)}{S(v)} \right) \cdot \left \frac{F_h(z)}{S(v)} \right ^n \right);$ $S(v) = \operatorname{sgn}(v) \left(F_c + (F_s - F_c) e^{-(v /v_s)^{\beta}} \right)$	

Примечание: $F_{тр}$ — сила трения; f — коэффициент трения; N — нормальная нагрузка; F — сила трения качения; λ — коэффициент сопротивления качению; N — нормальная нагрузка; r — радиус образца; $\tau_{срез}$ — сопротивление срезу мостиков холодной сварки между металлами; $HB_{мин}$ — твердость более мягкого материала; $E_{пл}$ — работа пластической деформации единицы объема; σ_t — предел текучести; w — ширина дорожки трения; t — толщина слоя; τ — сдвигающее напряжение; ε — деформация поверхностной зоны; параметр $x = 1$ — для чисто упругого контакта; параметр $x = 0$ — для чисто пластического контакта; f_E — энергетический аналог коэффициента трения; δ_c — сближение осей в паре трения; γ_s — критическая (максимальная) величина предварительного смещения — фрикционного сдвига, соответствующая началу трения движения; $W_{пл}$ — работа, затраченная на пластическую деформацию металла; F_0 — сила адгезионного взаимодействия; β — пьезокоэффициент, зависящий от структурной неоднородности среды; τ_0 — предельная величина деформации сдвига; h — толщина слоя масла; η — динамическая вязкость масла; v — скорость трения; p_a — номинальное давление на площадке контакта; δ — толщина частиц износа при трении; x — глубина пластически деформируемой зоны; $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \beta, x_0$ — параметры поверхностного распределения пластически деформированной зоны $\varepsilon_{пл}(x)$; $K = I_V / (NL)$ — величина, характеризующая стационарный процесс изнашивания; m — коэффициент пропорциональности между изменением деформации и эквивалентной деформацией в i -м цикле; $E_{пл}$ — объемная плотность энергии деформации, оцениваемая на основе данных по измерению микротвердости в образце с глубиной; ρ — плотность материала; γ — поверхностная энергия; $\gamma_{пл}$ — поверхностная энергия разрушения по Ирвину; H — твердость; d — средний диаметр мостика схватывания; E — модуль Юнга; K_{lc}^2 — вязкость разрушения; $f_{см}$ — коэффициент трения со смазкой; f_{cyx} — коэффициент трения для несмазанного контакта; C_p — объемная теплоемкость смазочной жидкости; $\Delta T_{ад}$ — скачок температуры жидкости в условиях адиабатического процесса нагружения; $V_{см}$ — объем смазочной жидкости, подвергшейся сжимающему воздействию ползуна; L — путь трения; p — парциальное давление паров адсорбата; p_r — фактическое давление в контакте; p_s — давление насыщенного пара адсорбата; V_m — молярный объем жидкой фазы адсорбата; $\alpha \sim 1$ — геометрический множитель; θ_c и θ_s — степени заполнения поверхности адсорбатом для контакта и свободной поверхности; z — полуширина шели, для которой существует эмпирическая формула, связывающая ее со средним радиусом R молекулы адсорбата.

поскольку он сформулирован якобы для «жесткой пары трения», а «всякие изменения на площадке контакта, как, например, геометрия дорожки

трения, смазка, напряженно-деформированное состояние и др. должны рассматриваться как влияние на силу трения дополнительных факторов».

Из изложенного выше следует, что такое мнение ошибочно. Дополнительно можно заметить, что трение в принципе невозможно, если нет деформаций (напряжений) в зоне контакта [34], а классический закон трения оказывается справедливым и для разных размеров и формы площадки контакта, и для разных уровней напряженно-деформированного состояния в области контакта, и для разных условий контакта (упругий контакт, упругопластический контакт) и т. д. В сообщении 3 будет дано убедительное экспериментальное подтверждение сказанному.

2. Феноменологический подход. Проанализируем [35] трение в ТФС типа «пластинка — вал» (рисунок 1 а), которая может служить простейшей моделью системы «шейка коленвала — шатун с подшипником скольжения» (см. рисунок 3 [36]). Для нее характерно *одновременное* контактное (нагрузкой F_N) и объемное циклическое деформиро-

вание (изгибающим моментом $\pm M(t)$) одного из элементов — вала. Примем, что контактная площадка (затемненная на рисунке 1 а) достаточно мала, так что действующие в ее плоскости напряжения распределены равномерно.

Две независимые внешние нагрузки (F_N и $\pm M(t)$) генерируют при трении *плоское напряженное состояние* поверхности контакта. Проанализируем частные случаи (линейные компоненты) этого состояния.

Пусть в системе, представленной на рисунке 1 а, отсутствует изгибающий момент ($M(t) = 0$). Тогда, в частном случае ПТ (см. рисунок 1 б), согласно классическому закону (2) [36], можно указать две взаимообусловленные характеристики *однонаправленного трения скольжения*:

- силу трения

$$F_S = f_s F_N = \tau_w A_d, \quad (1)$$

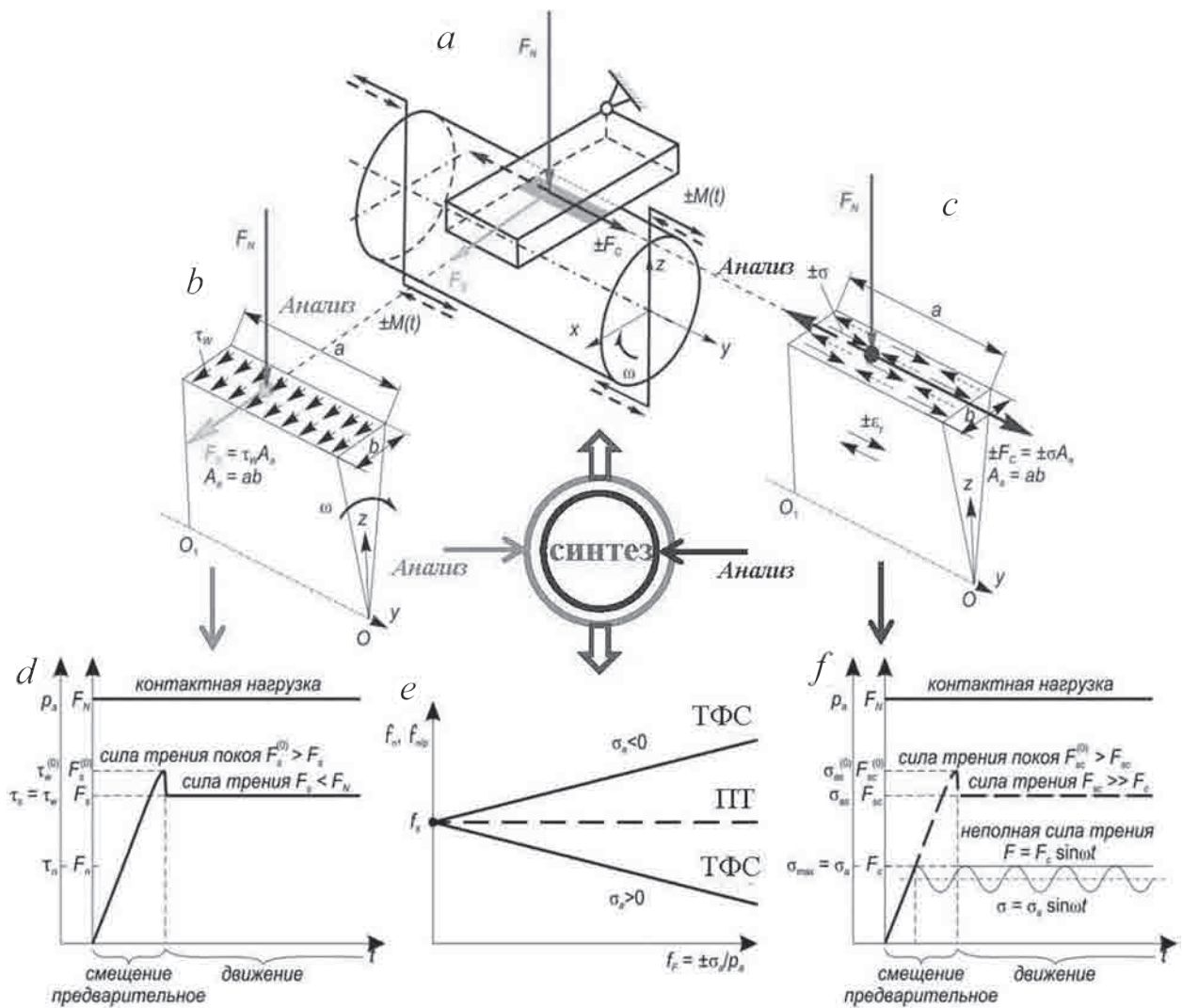


Рисунок 1 — Схема ТФС «пластинка — вал» (а), распределение напряжений на площадке контакта в частных случаях пар трения (б, с) при скольжении (б) и при проскальзывании (с) и соответствующие им графики изменения во времени контактной нагрузки и сил трения (d, f), а также прогнозируемые зависимости коэффициента трения от индекса трения в ТФС (е)
 Figure 1 — Scheme of tribo-fatigue system “plate — shaft” (a), distribution of stresses at contact site in particular cases of friction pairs (b, c) during sliding (b) and slipping (c), and their corresponding graphs of changes in the time of contact load and friction forces (d, f), as well as predicted dependences of friction coefficient on friction index in the tribo-fatigue system (e)

- коэффициент трения

$$f_s = \frac{F_s}{F_N} = \frac{\tau_w}{p_a}. \quad (2)$$

Пусть далее, наоборот, в системе по рисунку 1 а отсутствует скольжение (вал не вращается: $\omega = 0$, $F_s = 0$). Тогда, в частном случае ПТ (см. рисунок 1 с), две аналогичные характеристики описывают *трение проскальзывания при циклическом деформировании* вала (его отмечает индекс с в формулах): *циклическая сила трения*

$$\pm F_c(t) = f_c(t) F_N = \sigma(t) A_a = M(t) \frac{A_a}{W}, \quad (3)$$

где W — момент сопротивления вала изгибу, и *циклический коэффициент трения*

$$\pm f_c(t) = \frac{F_c(t)}{F_N} = \frac{\sigma(t) A_a}{F_N} = \frac{M(t) A_a}{F_N W}. \quad (4)$$

В отличие от формул (1) и (2), в (3) и (4) учтено изменение характеристик трения во времени t (см. рисунок 1 d, f) и принят во внимание тот факт, что циклические напряжения могут менять знак ($\pm\sigma$), т. е. в зоне трения возникают либо напряжения сжатия ($-\sigma$), либо напряжения растяжения ($+\sigma$), обусловленные соответствующей повторно-переменной нагрузкой ($\pm M(t)$).

Отметим, что в случае трения проскальзывания (см. рисунок 1 c, f) реализуется лишь *неполная сила трения* F_c в процессе предварительного смещения, тогда как сила трения при движении F_{sc} не достигается, т. е. $F_c \ll F_{sc}$.

Четыре частные характеристики (1)–(4) можно свести к двум относительным комплексным характеристикам трения в ТФС:

$$\pm F_c / F_s = \pm F_{c/s} \quad \text{и} \quad \pm f_c / f_s = \pm f_{c/s},$$

которые, как нетрудно заметить, имеют одинаковое численное значение

$$\pm F_{c/s} = \pm f_{c/s} = \pm \sigma_a / \tau_w$$

в случае, если циклическое деформирование описывается наибольшим значением переменного напряжения — амплитудой σ_a .

Таким образом, поскольку трение в ТФС есть более сложное явление, чем трение при однонаправленном скольжении, оно должно быть дополнительно описано *параметром*

$$f_F = \pm \sigma_a / \tau_w. \quad (5)$$

Это *комплексный показатель трения* в ТФС; его называют индексом трения в такой системе [35]. Как видно из выражения (5), индекс трения в ТФС связан с коэффициентом трения в аналогичной ей ПТ *обратной зависимостью*:

$$f_F = \pm \frac{1}{f_s} \frac{\sigma_a}{p_a}. \quad (6)$$

При этом между f_s и f_F имеет место следующее *принципиальное* различие: если коэффициент трения — величина всегда положительная, то индекс трения может быть положительным либо отрицательным в зависимости от знака циклических напряжений, возбуждаемых в зоне контакта.

Итак, в ТФС на одной и той же площадке контакта A_a *одновременно действуют две компоненты* (F_s и F_c) силы трения, что ведет к возбуждению на ней плоской системы полей фрикционных (τ_w) и циклических (σ_a) напряжений (см. рисунок 1 a–c). Какой будет форма закона трения в таком случае?

Согласно рисунку 1 c–f поле локальных контактных напряжений (деформаций), характерное для ПТ, в ТФС существенно изменяется за счет возбуждения дополнительного поля напряжений (деформаций), обусловленных внеконтактной нагрузкой. Поэтому ясно, что *удельная сила трения* в ТФС ($\tau_{w/\sigma}$) есть функция удельной силы трения (τ_w) в аналогичной ей ПТ, а также величины и знака циклических напряжений ($\pm\sigma_a$), которые возбуждаются в зоне трения внеконтактной нагрузкой (см. рисунок 1 a–c):

$$\tau_{w/\sigma} = \tau_{w/\sigma}(\tau_w, \sigma_a). \quad (7)$$

Поскольку в общем случае сила трения пропорциональна нагрузке в контакте, функцию (7) следует считать линейной; ее простейший вид

$$\tau_{w/\sigma} = \tau_w \pm \mu_\tau \sigma_a. \quad (8)$$

Особенность (8) по сравнению с (2a) [36] состоит в том, что здесь вводится дополнительный коэффициент пропорциональности μ_τ , который обеспечивает *преобразование* компоненты $\pm\sigma_a$ (циклической составляющей удельной силы трения в ТФС) к ортогональной ей компоненте τ_w (статической составляющей силы трения в ТФС) так, чтобы их алгебраическая сумма ($\tau_w \pm \mu_\tau \sigma_a$) была *эквивалентной* (равной) удельной силе трения ($\tau_{w/\sigma}$) в исследуемой ТФС.

Из (8) следует, что удельная сила трения в ТФС ($\tau_{w/\sigma}$) может быть больше, меньше или равной таковой (τ_w) в ПТ, т. е.

$$\tau_{w/\sigma} \gtrless \tau_w. \quad (9)$$

Умножая все члены формулы (8) на площадь контакта A_a , получаем, с учетом (3), *закон трения для ТФС (в терминах сил)*:

$$F_{s/c} = F_s \pm \mu_\tau F_c(t) = f_s F_N \pm \mu_\sigma M(t), \quad (10)$$

где параметр

$$\mu_\sigma = \mu_\tau \frac{A_a}{W} \quad (11)$$

дополнительно учитывает геометрические характеристики поперечного сечения деформируемых элементов ТФС. Формула (10) и есть *обобщенный закон трения* для ТФС, аналогичный закону (2) [36] для ПТ. Он гласит: *в общем случае сила трения*

в ТФС пропорциональна как контактной, так и внеконтактной (объемной) нагрузке, если последняя возбуждает в зоне трения циклические напряжения. Нетрудно видеть, что классический закон (2) [36] есть частный случай обобщенного закона (10) при $\sigma_a = 0$ и, следовательно, $\mu_\sigma = 0$.

Введем в (8) индекс трения в ТФС в формах (5) и (6) и представим (8) в виде цепочки формул:

$$\tau_{w/\sigma} = \tau_w \left(1 \pm \mu_\tau \frac{\sigma_a}{\tau_w} \right) = \tau_w (1 \pm \mu_\tau f_F) = \tau_w \left(1 \pm \mu_p \frac{\sigma_a}{p_a} \right). \quad (12)$$

Здесь параметр

$$\mu_p = \mu_\tau / f_s \quad (13)$$

имеет тот же смысл, что и μ_τ , при этом, $\mu_p > \mu_\tau$, поскольку $f_s < 1$.

Согласно (12), удельная сила трения в ТФС ($\tau_{w/\sigma}$) определяется таковой (τ_w) в соответствующей ей ПТ и пропорциональна индексу трения (f_F) в ТФС.

Нам остается дать формулу для обобщенного коэффициента трения $f_{S/\sigma}$ в ТФС. Ее возьмем из (12):

$$f_{S/\sigma} = f_s \left(1 \pm \mu_p \frac{\sigma_a}{p_a} \right) = f_s (1 \pm \mu_p f_F). \quad (14)$$

Если $\sigma_a = 0$, то (14) сводится к частному случаю ПТ с коэффициентом трения f_s .

Согласно (14), обобщенный коэффициент трения в ТФС ($f_{S/\sigma}$) определяется таковым (f_s) в соответствующей ей ПТ и линейно зависит от индекса трения (f_F) в ТФС. Это значит, что численное значение $f_{S/\sigma}$ линейно же зависит от величины, а также знака циклических напряжений ($\tau_w \pm \mu_\tau \sigma_a$). В этой связи коэффициент (как и сила) трения $f_{S/\sigma}$ в ТФС может быть больше, меньше или равным таковому (f_s) в соответствующей ей ПТ:

$$f_{S/\sigma} \gtrless f_s \quad (15)$$

Формулу (14) нетрудно использовать для прогнозирования коэффициента трения в ТФС, если известен коэффициент трения для соответствующей ей ПТ. Как уже отмечалось, величины f_s для типичных ПТ известны и приведены в таблицах [37]. Графическое представление прогнозирующей функции (14) дано на рисунке 1 е. Эта функция имеет две ветви: для трения либо в зоне сжатия ($\sigma_a < 0$), либо в зоне растяжения ($\sigma_a > 0$) изгибаемого вала.

Феноменологический подход для оценки силы и коэффициента трения в ТФС разработал Л.А. Сосновский [35].

3. Деформационный подход. При таком подходе решение задачи определения силы и коэффициента трения в ТФС ведется с использованием методов механики деформируемого твердого тела, механики контактного взаимодействия и теории упругости [15, 33]. При этом принимаются следующие основные положения:

- изменение граничных условий в области контакта может быть учтено с помощью приложения дополнительных граничных условий в виде поверхностных перемещений, вызванных действием неконтактной нагрузки;

- сила и коэффициент трения формируются приведенной контактной нагрузкой, состоящей из собственно контактного давления и дополнительного контактного давления, обусловленного поверхностными перемещениями от неконтактной силы.

Теоретически сила трения в ТФС $F_{\sigma/p}$ может рассматриваться как некоторая функция обычной силы трения при скольжении (качении) $F^{(s)}$, которая возникает в окружном направлении (объект — ПТ), и внеконтактной составляющей $F^{(b)}$ силы трения, которая дополнительно возникает вследствие возбуждения неконтактных (циклических) напряжений (деформаций). В общем случае силу трения в ТФС представим как векторную сумму составляющих $F^{(s)}$ и $F^{(b)}$:

$$\mathbf{F}_{\sigma/p} = \mathbf{F}^{(s)} + \mathbf{F}^{(b)}. \quad (16)$$

Методы определения $F^{(s)}$ известны [38–42].

Для определения $F^{(b)}$ рассмотрим объединенные распределения (зависящие как от контактной, так и внеконтактной нагрузок) нормальных p и касательных q контактных усилий на площадке контакта S (см. рисунок 4 [36]).

Их распределение в данном случае имеет следующий общий вид:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}[\mathbf{p}_s(F_N, S), \mathbf{p}_b(F_b, S)]; \quad (17)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}[f^{(s)}, \mathbf{p}(F_N, F_b, S), \mathbf{q}_b(F_b, S)], \quad (18)$$

где F_N — контактная нагрузка; F_b — внеконтактная нагрузка (рисунок 2); p_s, q_s и p_b, q_b — усилия на площадке контакта, вызванные действием контактной (индекс s) и внеконтактной (индекс b) нагрузками соответственно; $f^{(s)}$ — коэффициент трения при наличии лишь контактной нагрузки, т. е. в ПТ.

Выражения (17), (18) в случае выполнения законов Лука и да Винчи—Амонтона—Кулона—Эйлера представимы в виде суперпозиций соответствующих распределений:

$$\mathbf{p}(F_N, F_b, S) = \mathbf{p}_c(F_N, S) + \mathbf{p}_b(F_b, S); \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(f^{(s)}, F_N, F_b, S) &= \mathbf{q}_s(f^{(s)}, F_N, S) + \mathbf{q}_b(f^{(s)}, F_b, S) = \\ &= \mathbf{e}_s f^{(s)} p(F_N, F_b, S) + \mathbf{q}'_b(F_b, S), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\mathbf{e}_s = \mathbf{q}_s / |\mathbf{q}_s|$ — единичный вектор касательного усилия при чистом контакте, \mathbf{q}'_b — касательные усилия на площадке контакта, вызванные действием внеконтактной нагрузки.

В выражениях (19) и (20) в случае конформного контакта с известной границей площадка кон-

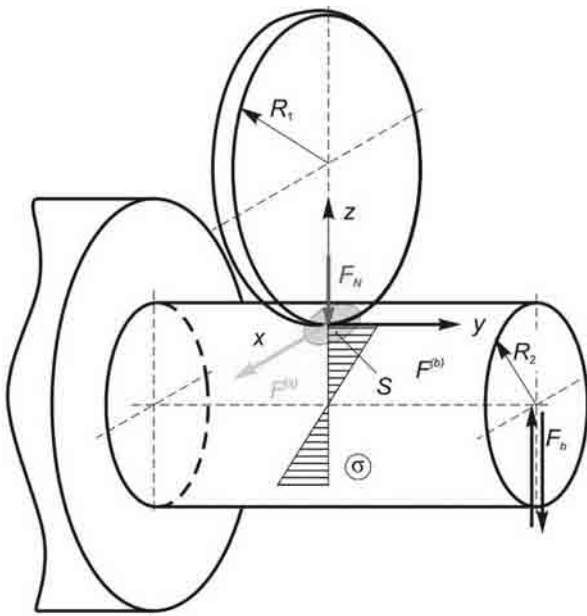


Рисунок 2 — К анализу условий трения в ТФС типа «ролик — вал»
 Figure 2 — To analysis of friction conditions in tribo-fatigue system “roller — shaft”

такта S также известна и наряду с силами F_c и F_b является исходным параметром для определения распределения контактных усилий. В ТФС зачастую реализуется неконформное контактное взаимодействие с неизвестными заранее границами. В этом случае S в выражениях (19) и (20) является неизвестной величиной, подлежащей дополнительному определению. Следует также отметить, что усилия p_b и q_b формируются как результат перемещений точек площадки контакта S (а не напряжений, поскольку $\sigma_{zz}^{(b)}|_{S(z=0)} = 0$) вследствие действия внеконтактной нагрузки ортогональной контактной. Поскольку в ТФС контактное взаимодействие в большинстве случаев происходит между телами, ограниченными поверхностями второго порядка, то для эллиптической S площадки контакта требуется определить лишь ее размер.

В ТФС (например, в системе «ролик — вал» — см. рисунок 2) неконтактная нагрузка может быть не параллельна направлению движения (силе трения). Соответственно и проскальзывание (как и соответствующие ему усилия \mathbf{q}'_b), вызванное дополнительными касательными к площадке контакта перемещениями от неконтактной нагрузки, может быть не параллельно силе трения. Таким образом, из выражения (20) можно сделать важное заключение о том, что *результатирующая сила трения* в ТФС в общем случае не параллельно направлению движения.

Процедуры определения p_c , q_c хорошо известны [38–42]. Распределения p_b , q_b в выражениях (19), (20) будем определять на основе напряженно-деформированного состояния $\sigma_{ij}^{(b)}$, $\varepsilon_{ij}^{(b)}$ ($i, j = x, y, z$), обусловленного внеконтактной нагрузкой F_b . Пусть начало системы координат нахо-

дится в центре площадки контакта (см. рисунок 4 [36]), а ось z ей ортогональна и направлена против силы F_N . Тогда если $\sigma_{ij}^{(b)} \neq 0$, то для контактирующего тела можно сформулировать граничные условия в напряжениях:

$$p_b = p_b(u_x^b, u_y^b, u_z^b); \quad (21)$$

$$\mathbf{q}_b|_{S(z=0)} = (\mathbf{q}_b^{(1)} + \mathbf{q}_b^{(2)} + \mathbf{q}_b^{(3)})|_{S(z=0)}. \quad (22)$$

Усилия $\mathbf{q}_b^{(1)}$ в (22) сонаправлены с q_s и зависят от нормальной контактной нагрузки, например, так, что $|\mathbf{q}_b^{(1)}| = f^{(s)} p_b$, усилия $\mathbf{q}_b^{(2)}$ и $\mathbf{q}_b^{(3)}$ являются составляющими усилий \mathbf{q}'_b , возникающих вследствие дополнительного проскальзывания, обусловленного неконтактной нагрузкой, непараллельной силе трения: $\mathbf{q}'_b = \mathbf{q}_b^{(2)} + \mathbf{q}_b^{(3)}$.

Если

$$\sigma_{zz}^{(b)} = \sigma_{xz}^{(b)} = \sigma_{yz}^{(b)} = 0, \quad \sigma_{xx}^{(b)} \vee \sigma_{yy}^{(b)} \vee \sigma_{xy}^{(b)} \neq 0, \quad (23)$$

то в случае, когда деформации совместны, для контактной площадки (с помощью обобщенного закона Гука) можно сформулировать граничные условия в перемещениях:

$$\bar{\mathbf{u}}_b|_S = \mathbf{u}_b(\varepsilon_{ii}^{(b)}|_{S(z=0)}). \quad (24)$$

На основе выражения (24), решая соответствующие интегральные уравнения теории контактного взаимодействия [38, 39], можно определить:

$$p_b = p_b(\bar{\mathbf{u}}_b); \quad (25)$$

$$q_b = q_b(p_b, \bar{\mathbf{u}}_b). \quad (26)$$

Для конкретного напряженно-деформированного состояния $\sigma_{ij}^{(b)}$, $\varepsilon_{ij}^{(b)}$ можно на основе выражений (21)–(24) сформулировать смешанные граничные условия.

В двумерном случае для граничных условий типа (24) определение усилий p_b , q_b можно воспользоваться системой интегральных уравнений, аналогичной системе уравнений для определения чисто контактных усилий [39]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{q_b(t)}{x-t} dt = -\frac{\pi(1-2\nu)}{2(1-\nu)} p_b(x) - \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} \frac{\partial \bar{u}_x^{(b)}(x)}{\partial x}; \quad (27)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{p_b(t)}{x-t} dt = \frac{\pi(1-2\nu)}{2(1-\nu)} q_b(x) - \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} \frac{\partial \bar{u}_z^{(b)}(x)}{\partial x}, \quad (28)$$

где t_1 , t_2 — границы контактной области.

В качестве *примера* рассмотрим систему «ролик — вал» (см. рисунок 2), являющуюся типичной ТФС, в которой реализуется изменение характеристик трения в результате действия внеконтактной нагрузки.

Напряженное состояние данной системы, вызванное изгибающей нагрузкой F_b в области

контакта, определяется главным образом компонентой $\sigma_{yy}^{(b)}$. Поскольку для рассматриваемого напряженного состояния выполняется условие (23), то граничные условия в области контакта будем формулировать в виде перемещений (24).

Запишем выражения для деформаций, вызванных на площадке контакта изгибающей внеконтактной нагрузкой F_b :

$$\varepsilon_{yy}^{(b)} = \frac{1}{E} \sigma_{yy}^{(b)}, \quad (29)$$

$$\varepsilon_{zz}^{(b)} = \varepsilon_{xx}^{(b)} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{yy}^{(b)}, \quad (30)$$

$$\varepsilon_{xy}^{(b)} = \varepsilon_{xz}^{(b)} = \varepsilon_{yz}^{(b)} = 0. \quad (31)$$

где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

Перемещения точек области контакта, соответствующие деформированному состоянию (29)–(30), будут

$$\bar{u}_i^{(b)} = \int \varepsilon_{ii}^{(b)} di \Big|_{z=0} \quad (i = x, y, z). \quad (32)$$

Таким образом, в результате действия внеконтактной нагрузки F_b в области контакта появляются нормальные $\bar{u}_z^{(b)}$ и касательные $\bar{u}_x^{(b)}$, $\bar{u}_y^{(b)}$ к площадке контакта перемещения.

Из условия (32) видно, что в области контакта суммарные перемещения не равны чисто контактным:

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}^{(c)} + \bar{\mathbf{u}}^{(b)} \neq \bar{\mathbf{u}}^{(c)}. \quad (33)$$

Для придания конкретного вида выражениям (32) рассмотрим соотношение (17) в виде

$$\sigma_{yy}^{(b)} = \frac{F_b(y-l)}{4(1+\nu)I} (R_2 + z), \quad (34)$$

где $I = \frac{\pi R_2^4}{64}$; R_2 — радиус вала; $l = l_1 - l_2$, l_1 — длина вала; l_2 — расстояние от точки закрепления вала до начала координат.

Из соотношения (34) видно, что если $l_1 \leq y < l_2$ и F_b сонаправлена с контактной нагрузкой F_N (т. е. $F_b < 0$), то в области контакта имеют место растягивающие напряжения $\sigma_{yy}^{(b)}$.

Тогда перемещения (32), обусловленные изгибающей нагрузкой, примут вид:

$$u_x^{(b)} = \int \varepsilon_{xx}^{(b)} dx = -\frac{\nu F_b(y-l)}{4E(1+\nu)I} (R_2 + z)x + C_x; \quad (35)$$

$$u_y^{(b)} = \int \varepsilon_{yy}^{(b)} dy = \frac{F_b(y-2l)}{8E(1+\nu)I} (R_2 + z)y + C_y; \quad (36)$$

$$u_z^{(b)} = \int \varepsilon_{zz}^{(b)} dz = -\frac{\nu F_b(y-l)}{8E(1+\nu)I} (2R_2 + z)z + C_z. \quad (37)$$

Функции C_i в (35)–(37) определим из следующих соотношений:

$$u_x^{(b)} \Big|_{x=0} = 0, u_y^{(b)} \Big|_{y=l_2} = 0, u_z^{(b)} \Big|_{z=-R_2} = w, \quad (38)$$

где w — перемещения нейтральной оси ($z = -R_2$), определяемые из уравнения изогнутой оси вала.

Поскольку область контакта перемещается вместе с валом при его изгибе, то в локальной системе координат, связанной с областью контакта, $w = 0$ и, таким образом, коэффициенты C_i будут:

$$C_x = 0, C_y = \frac{F_b(l_2 - 2l_1)}{8E(1+\nu)I} (R_2 + z)l_2; \quad (39)$$

$$C_z = -\frac{\nu F_b(y-l)}{8E(1+\nu)I} R_2^2.$$

И теперь выражения (35)–(37) на поверхности контакта ($z = 0$) примут вид:

$$\bar{u}_x^{(b)} = -\frac{\nu F_b(y-l)}{4E(1+\nu)I} R_2 x; \quad (40)$$

$$\bar{u}_y^{(b)} = \frac{F_b R_2}{8E(1+\nu)I} [y(y-2l) + l_2(l_2 - 2l_1)]; \quad (41)$$

$$\bar{u}_z^{(b)} = -\frac{\nu F_b(y-l)}{8E(1+\nu)I} R_2^2. \quad (42)$$

Приступим далее к определению распределений контактных усилий p_b , q_b , приложенных к ролику. Будем рассматривать изменение силы трения только в направлении движения. Определять p_b будем лишь как функцию $\bar{u}_z^{(b)}$:

$$p_b = p_b(\bar{u}_z^{(b)}), \quad (43)$$

а q_b в соответствии с законом трения будет

$$q_b = f_s p_b(\bar{u}_z^{(b)}). \quad (44)$$

Тогда проекцию силы трения скольжения или качения (16) на направление движения (параллельно оси x) на основании условий (19), (20) можно выразить с помощью *единого* соотношения:

$$F_{\sigma/p} = F^{(s)} + F^{(b)} = \int_S f^{(s)} p(x, y) ds = \int_S f^{(s)} [p_c(x, y) + p_b(x, y)] ds = f^{(s)} (F_N + P_b), \quad (45)$$

где P_b — дополнительная контактная нагрузка, обусловленная действием объемных (неконтактных) сил.

Это и есть *обобщенный закон трения* в ТФС, который формулируется так: обобщенная сила трения $F_{\sigma/p}$ в ТФС пропорциональна как контактной нагрузке (F_N), так и сонаправленной с ней внеконтактной силе (P_b), обусловленной неконтактной (объемной) нагрузкой. Сравнение (10) и (45) показывает, что эти формулы практически одинаковы. Естественно, что и формулировки обобщенного закона трения, полученные при феноменологическом и деформационном подходах, совпадают.

Если разделить (45) на F_N и провести несложные преобразования, то коэффициент трения в ТФС можно записать в следующем виде:

$$f_{\sigma/p} = f^{(s)} \left[1 + k_{\sigma/p} \left(\frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0} \right) \right], \quad (46)$$

где p_0 — максимум распределения p ; $k_{\sigma/p}$ — функция трения, обусловленная взаимодействием напряжений от внеконтактной и контактной нагрузок. Сравнение (14) и (46) показывает, что они формально одинаковы. Естественно, что они прогнозируют идентичные зависимости коэффициента сопротивления качению в ТФС от индекса трения.

Из (46) следует, что в данной ТФС — при одновременном действии контактной и внеконтактной нагрузок — коэффициент сопротивления качению $f_{r/\sigma}$ в зоне растяжения уменьшается по сравнению с коэффициентом трения при чистом качении $f^{(s)}$, а в зоне сжатия, напротив, увеличивается. Эти закономерности совпадают с выводами, полученными при феноменологическом подходе (см. п. 2). А из (45) следует, что аналогично в зоне

растяжения *объединенное* контактное давление уменьшается, а в зоне сжатия увеличивается.

Приведем пример определения конкретно значения функции $k_{\sigma/p}$. Ролик и вал находятся в условиях несогласованного контакта и, следовательно, размеры контактной области очень малы по сравнению размерами вала. Представим площадку контакта и полупространство под ней в виде цилиндрического сжимаемого стержня с поперечным сечением в форме площадки контакта (рисунок 3 а). Тогда функцию $k_{\sigma/p}$ можно получить в виде

$$k_{\sigma/p}^{(1)} = \frac{3p_b^{(1)}S}{2\pi p_0 a^2} = -\frac{3\nu}{4}. \quad (47)$$

Выполним расчет изменения коэффициента трения качения f_{σ} при $f^{(s)} = 0,5$; $E = 2,01 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $a = 5 \cdot 10^{-4}$ м; $R_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м (значения напряжений даны в МПа). При указанных значениях параметров имеем $k_{\sigma/p}^{(1)} = 0,225$.

На рисунке 3 б представлены поверхности значений коэффициента трения при различных величинах контактной и внеконтактной нагрузок.

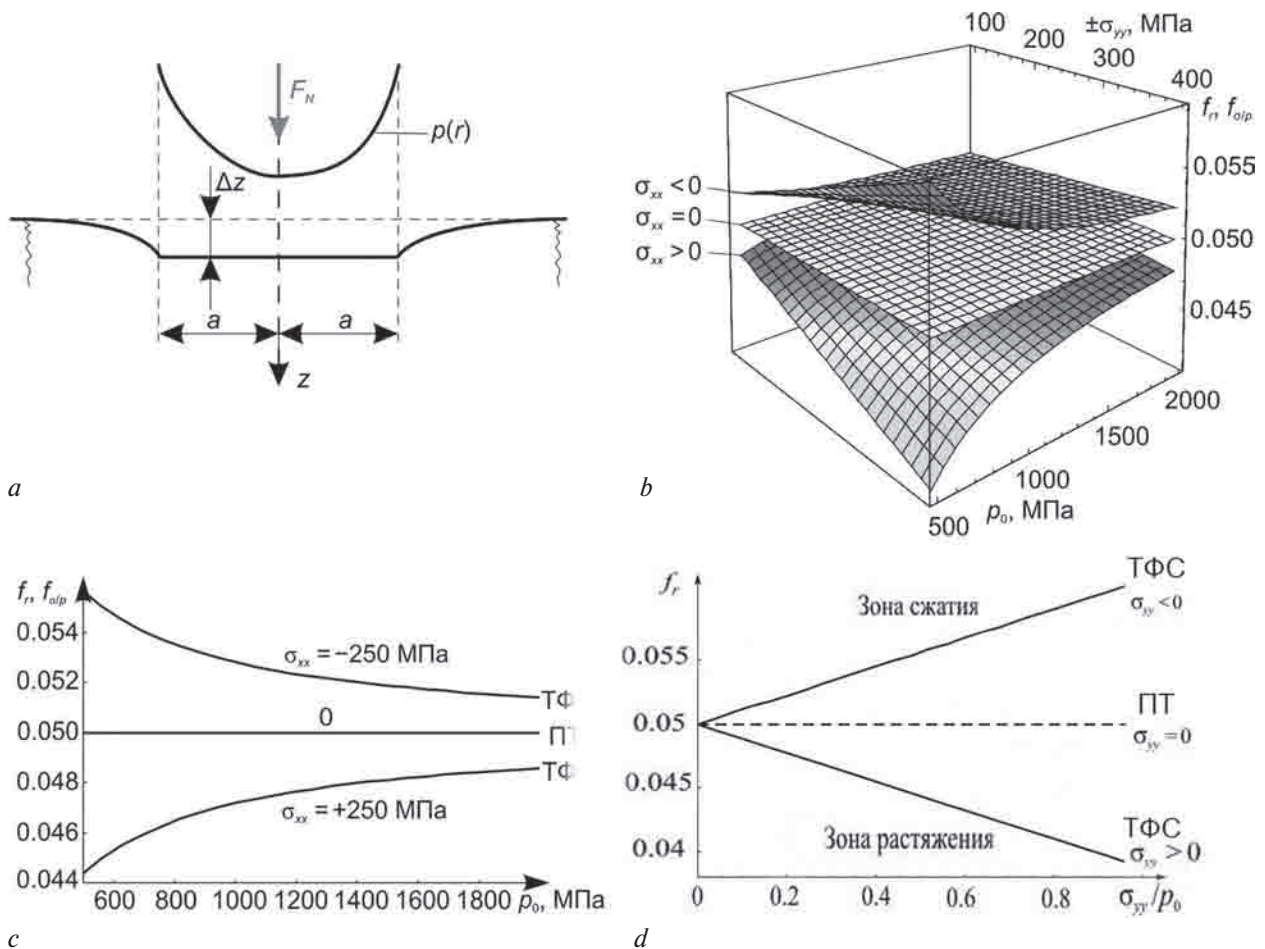


Рисунок 3 — Расчетная схема для определения $k_{\sigma/p}$ (а), пространственные зависимости (б) коэффициентов сопротивления качению в ТФС (при $\sigma_{xx} \geq 0$) и соответствующей ей пары трения (при $\sigma_{xx} = 0$), частные функции влияния контактного давления (с) и индекса трения (д) на изменение значений коэффициентов сопротивления качению при $p_0 = 750$ МПа

Figure 3 — Calculation scheme for determining $k_{\sigma/p}$ (а), spatial dependencies (б) of rolling resistance coefficients in tribo-fatigue system (with $\sigma_{xx} \geq 0$) and corresponding friction pair (with $\sigma_{xx} = 0$), partial functions of the influence of contact pressure (с) and friction index (д) on change of values of rolling resistance coefficients with $p_0 = 750$ МПа

Прогнозируется линейная зависимость значений $f_{\sigma/p}$ от σ_{yy} / p_0 (см. рисунок 3 *d*) и нелинейная — от контактного давления (см. рисунок 3 *c*). Видно, что наибольшее отклонение коэффициента трения в ТФС от коэффициента трения в паре трения будет при наибольшем абсолютном значении соотношения $\sigma_{yy}^{(b)} / p_0$; оно может достигать 20 % и более в зависимости от условий испытания.

Таким образом, впервые методами механики деформируемого твердого тела, теории упругости и механики контактного взаимодействия найдено решение задачи определения силы и коэффициента трения в ТФС. Это решение получил С.С. Щербаков [15].

Выводы. 1. Анализ известных трибологических моделей показывает, что практически все они принимают во внимание тот факт, что в ПТ сила трения пропорциональна лишь одной — контактной нагрузке. Задача о влиянии объемной (внеконтактной) нагрузки на процессы трения в ТФС не были даже поставлены.

2. Изложено два подхода к анализу трения в ТФС: феноменологический (базируется на исследовании напряженного состояния на контактной площадке) и теоретический (базируется на методах механики деформируемого твердого тела, механики контактного взаимодействия и теории упругости). Оба подхода дают единую формулировку обобщенного закона трения: сила трения прямо пропорциональна как контактной, так и объемной нагрузке, если последняя возбуждает циклические напряжения в области контакта. А обобщенный коэффициент трения в ТФС определяется таковым в соответствующей ей ПТ и линейно зависит от индекса трения.

3. Показано, что численные значения силы и коэффициента трения в ТФС могут быть больше, меньше или равными таковым в соответствующей ей ПТ.

4. Установлено, что в ТФС при одновременном действии контактной и внеконтактной (объемной) нагрузок коэффициент сопротивления качению уменьшается в зоне растяжения ($\sigma > 0$), но увеличивается в зоне сжатия ($\sigma < 0$). Аналогично объединенное контактное давление растет в зоне растяжения и уменьшается в зоне сжатия.

5. Графическое представление прогнозируемой функции коэффициента сопротивления качению от индекса трения имеет две линейные ветви: для трения либо в зоне сжатия ($\sigma_a < 0$), либо в зоне растяжения ($\sigma_a > 0$).

6. Установлено, что наибольшее отклонение коэффициента сопротивления качению в ТФС от коэффициента трения в ПТ будет наблюдаться при наибольшем абсолютном значении индекса трения. В количественном отношении изменение этого коэффициента может составлять 20 % и более.

7. Введено понятие об индексе трения в ТФС, который определяет соотношение циклических

и контактных напряжений в области контакта; сила и коэффициент трения линейно зависят от этого параметра. Индекс трения может быть положительным либо отрицательным в зависимости от знака циклических напряжений, возбуждаемых в области контакта.

8. Введено представление о функции трения, обусловленной взаимодействием напряжений от внеконтактной и контактной нагрузок; она определяет интенсивность влияния индекса трения на величину коэффициента сопротивления качению в ТФС.

9. Прогнозируется, что направление силы трения в ТФС в общем случае не совпадает с направлением движения.

Список литературы

1. Физический энциклопедический словарь. — М.: БСЭ, 1983. — 928 с.
2. Encyclopedia of Tribology: in 6 vol. / ed.: Q. Jane Wang, Yip-Wah Chung. — Springer, 2013. — 4139 p.
3. Журавлев, В.Ф. 500 лет истории закона сухого трения / В.Ф. Журавлев // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естеств. науки». — 2014. — № 2. — С. 21–31.
4. Леонардо да Винчи. Избранные естественно-научные произведения. — М.: Изд-во АН СССР, 1955. — 1028 с.
5. Amontons M. De la résistance causee dans les machines / M. Amontons. — // Histoire de L'Academie Royale des Sciences. — 1699. — Pp. 206–222.
6. Euler L. Sur la diminution de la résistance du frottement / L. Euler // Histoire de L'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres. — 1748. — Vol. 4. — Pp. 133–148.
7. Coulomb C.A. Theorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties, et a la roideur des Cordages / C.A. Coulomb // Mémoires de mathématique et de physique, présentés a l'Académie Royale des Sciences, par divers Savans, et lus dans ses Assemblées. — 1785. — Vol. 10. — Pp. 161–332.
8. Крагельский, И. В. Развитие науки о трении. Сухое трение / И.В. Крагельский, В.С. Щедров. — М.: Изд-во академии наук СССР, 1956. — 237 с.
9. Современная трибология: Итоги и перспективы / К.В. Фролов [и др.]. — М.: Машиностроение, 2008. — 480 с.
10. Tomlinson, G. A molecular theory of friction / G. Tomlinson // Phil. Mag. — 1929. — Vol. 7, No. 46. — Pp. 907–939.
11. Боуден, Ф.Р. Трение и смазка твердых тел / Ф.Р. Боуден, Д. Тейбор. — М.: Машиностроение, 1968. — 543 с.
12. Liu, J. Sliding friction of copper // Mechanisms of solid friction / J. Liu; ed. by P.J. Bryant, M. Lavik, G. Salomon. — Amsterdam: Elsevier, 1964. — Pp. 163–174.
13. Rigney, D.A. Plastic deformation and sliding friction of metals / D.A. Rigney, J.P. Hirth // Wear. — 1979. — Vol. 53. — Pp. 345–370.
14. Tsuya, Y. Microstructures of wear, friction and solid lubrication / Y. Tsuya // Mechanical Engineering Laboratory. — 1976. — No. 81. — Pp. 50–65.
15. Щербаков, С.С. Изменение силы и коэффициента трения при действии внеконтактной нагрузки (теоретический анализ) / С.С. Щербаков // Вестн. БелГУТ: Наука и транспорт. — 2016. — № 1(32). — С. 110–115.
16. Федоров, С.В. Энергетическая модель коэффициента трения скольжения / С.В. Федоров // Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении—2014 (FRITME-2014): материалы междунар. науч.-практ. конф., 13–15 мая 2014 г. / ИМАШ РАН им. А.А. Благонравова. — М., 2014. — С. 351–356.
17. Дерягин, Б.В. Молекулярная теория трения и скольжения / Б.В. Дерягин // ЖФХ. — 1934. — Т. 5, № 9. — С. 1165–1176.
18. Новое о структурных особенностях трения твердых тел / Н.М. Алексеев [и др.] // Трение и износ. — 1988. — Т. 9, № 6. — С. 965–974.

19. Alexeyev, N.M. On the motion of material in the border layer in solid state friction / N.M. Alexeyev // Wear. — 1990. — Vol. 139. — Pp. 33–48.
20. Епифанов, Г.И. Зависимость силы трения от нормальной нагрузки / Г.И. Епифанов // Об основном законе трения. Сухое трение: сб. тр. / АН ЛатССР; под ред. С.В. Айбиндера. — Рига, 1961. — 204 с.
21. Нотт, Дж.Ф. Основы механики разрушения / Дж.Ф. Нотт. — М.: Металлургия, 1978. — 256 с.
22. Suh, N.P. Relationship between the coefficient of friction and the wear rate of metals / N.P. Suh, P. Sridharan // Wear. — 1975. — Vol. 34, No. 3. — Pp. 291–299.
23. Suh, N.P. Tribophysics / Nam P. Suh. — Englewood Cliffs (N.J.): Prentice-Hall, Cop., 1986. — 498 с.
24. Пожбелко, В.И. Новые аналитические законы и универсальные константы предельного трения и износа трения твердых тел / В.И. Пожбелко // Трение, износ, смазка. — 2010. — Т. 13, № 43. — С. 1–9.
25. Armstrong-H'elouvy, B. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction / B. Armstrong-H'elouvy, P. Dupont, C. Canudas de Wit // Automatica. — 1994. — No. 30. — Pp. 1083–1138.
26. Dahl, P.R. A solid friction model / P.R. Dahl // The Aerospace Corporation. Technical report. — 1968. — 31 p.
27. Dahl, P.R. Measurement of solid friction parameters of ball bearings / P.R. Dahl // The Aerospace Corporation. Interim report. — 1977. — 25 p.
28. Gafvert, M. Comparisons of two dynamic friction models / M. Gafvert / Proc. 1997 IEEE International Conference on Control Applications, Hartford, CT. — 1997. — Pp. 386–391.
29. Single state elastoplastic friction models / P. Dupont [et al.] // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2002. — No. 47(5). — Pp. 787–792.
30. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation / J. Swevers [et al.] // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2000. — No. 45(4). — Pp. 675–686.
31. Lampaert, V. Modification of the leuven integrated friction model structure / V. Lampaert, J. Swevers, F. Al-Bender // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2002. — № 47 (4). — Pp. 683–687.
32. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.
33. Щербаков, С.С. Механика трибофатических систем / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. — Минск: БГУ, 2011. — 407 с.
34. Крагельский, И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. — М.: Машиностроение, 1977. — 528 с.
35. Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика) / Л.А. Сосновский [и др.]; под науч. ред. Л.А. Сосновского. — Гомель—Киев—Москва—Ухань, 2001. — 170 с.
36. Сосновский, Л.А. Закон трения: от трибологии к трибофатике. Сообщение 1. Классический закон (сухого) трения и необходимость его корректировки / Л.А. Сосновский // Механика машин, механизмов и материалов. — 2019. — № 1(46). — С. 64–76.
37. Таблицы коэффициентов трения [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://drva.ru/Guide/GuidePhysics/Friction/>. — Дата доступа: 20.10.2018.
38. Modern tribology handbook / ed. by Bharat Bhushan. — CRC Press, 2001. — 1690 p.
39. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — М.: Мир, 1989. — 510 с.
40. Вермелен, П.Дж. Контакт несферических упругих тел, передающих касательные силы / П.Дж. Вермелен, К.Л. Джонсон // Прикладная механика: тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. — М.: Мир, 1964. — Т. 31, № 2. — С. 202–204.
41. Ишлинский, А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения / А.Ю. Ишлинский. — М.: Наука, 1985. — 624 с.
42. Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева. — М.: Наука, 2001. — 478 с.

SOSNOVSKIY Leonid A., D. Sc. in Eng., Prof.

Director

E-mail: tribo-fatigue@mail.ru

S&P GROUP TRIBOFATIGUE Ltd., Gomel, Republic of Belarus

Received 26 November 2018.

LAW OF FRICTION: FROM TRIBOLOGY TO TRIBO-FATIGUE. REPORT 2. THEORETICAL STUDIES

To date, many laws of Nature have been discovered. The knowledge of each of them led to the accelerated development of the relevant sections of science and further, as a rule, to progress in any practical area of the community of people. The empirical law of dry friction [1, 2], first formulated by Leonardo da Vinci 500 years ago, went down in history of technology as one of the most applicable laws in engineering calculations [3]. Moreover, our worldview is unthinkable without an understanding of the general processes of movement with friction (as well as movement without friction). All this gives grounds to say: "Friction is an amazing phenomenon of nature" (D. Garkunov). Two hundred years later (after da Vinci) Amontons M., Coulomb C.A., and Euler L. [4–7] made a decisive contribution to the substantiation and understanding of the law of dry friction, and it became classical: the force of sliding friction is proportional to the contact load. Studies show that the classical friction law for the tribo-fatigue system is inaccurate and, therefore, inapplicable. It was established experimentally that the error in estimating the coefficient of friction in a tribo-fatigue system (for example, a "wheel — rail" type, etc.) reaches 60...70 % or more, if we use the classical law of friction for its analysis. Therefore, there is a problem of adjusting the classical law of friction. A set of theoretical and experimental studies was carried out, the results of which make it possible to formulate a generalized law of friction: the friction force is proportional to both contact and non-contact volume loads, if the latter excites a cyclic stress (strain) field in the friction zone. This law describes all the experimental results (more than 100 values of the friction coefficient) with an error of no more than ± 6 %. The widespread use of the proposed generalized law of friction in the engineering is considered as a very urgent task.

In conclusion of the article, some directions for further research (theoretical and experimental) are formulated. The article is published in three reports.

Keywords: friction law, tribology, friction pair, tribo-fatigue, tribo-fatigue system, friction force and coefficient, sliding, rolling, slipping, contact load, pressure, non-contact (volume) load, stress, strain

References

1. *Fizicheskiy entsiklopedicheskiy slovar* [Physical encyclopaedic dictionary]. Moscow, Bolshaya sovetskaya entsiklopediya Publ., 1983. 928 p.
2. *Encyclopedia of Tribology: in 6 vol.* Springer, 2013. 4139 p.
3. Zhuravlev V.F. 500 let istorii zakona sukhogo treniya [500 years of history of the law of dry friction]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Estestvennye nauki"* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences], 2014, no. 2, pp. 21–31.
4. *Leonardo da Vinci. Izbrannye estestvenno-nauchnye proizvedeniya* [Leonardo da Vinci. Selected natural-scientific works]. Moscow, AN SSSR Publ., 1955. 1028 p.
5. Amontons M. De la résistance causée dans les machines. *Histoire de L'Academie Royale des Sciences*, 1699, pp. 206–222.
6. Euler L. Sur la diminution de la résistance du frottement. *Histoire de L'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres*, 1748, vol. 4, pp. 133–148.
7. Coulomb C.A. Theorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties, et a la roideur des Cordages. *Mémoires de mathématique et de physique, présentés a l'Académie Royale des Sciences, par divers Savans, et lus dans ses Assemblées*, 1785, vol. 10, pp. 161–332.
8. Kragelskiy I.V., Shchedrov V.S. *Razyitie nauki o trenii. Sukhoye trenie* [Development of science of friction. Dry friction]. Moscow, Akademiya nauk SSSR Publ., 1956. 237 p.
9. Frolov K.V., et al. *Sovremennaya tribologiya: Itogi i perspektivy* [Modern tribology: Conclusions and prospects]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2008. 480 p.
10. Tomlinson G. A molecular theory of friction. *Philosophical Magazine*, 1929, vol. 7, no. 46, pp. 907–939.
11. Bowden F.P., Tabor D. *Friction and Lubrication of Solids. Part II*. London, Oxford University Press, 1964.
12. Liu J. Sliding friction of copper. *Mechanisms of solid friction*, 1964, pp. 163–174.
13. Rigney D.A., Hirth J.P. Plastic deformation and sliding friction of metals. *Wear*, 1979, vol. 53, pp. 345–370.
14. Tsuya Y. Microstructures of wear, friction and solid lubrication. *Mechanical Engineering Laboratory, Igusa, Saginamiku, Tokyo, Japan. Technical Report 81*, 1976, pp. 50–65.
15. Sherbakov S.S. Izmenenie sily i koeffitsienta treniya pri deystvii vnekontaktnoy nagruzki (teoreticheskiy analiz) [Change of force and friction coefficient under the action of non-contact load (theoretical analysis)]. *Vestnik BelGUTA: Nauka i transport* [Herald of BelSUT. Science and transport], 2016, no. 1(32), pp. 110–115.
16. Fedorov S.V. Energeticheskaya model koeffitsienta treniya skolzheniya [Energy model of sliding friction coefficient]. *Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Fundamentalnye issledovaniya i innovatsionnye tekhnologii v mashinostroenii-2014 (FRITME-2014)"* [Proc. International scientific and technical conference "Fundamental research and innovative technologies in mechanical engineering-2014 (FRITME-2014)"]. Moscow, 2014, pp. 351–356.
17. Deryagin B.V. Molekulyarnaya teoriya treniya i skolzheniya [Molecular theory of friction and sliding]. *Zhurnal fizicheskoy khimii* [Journal of physical chemistry], 1934, vol. 5, no. 9, pp. 1165–1176.
18. Alexeyev N.M., et al. Novoe o strukturnykh osobennostyakh treniya tverdykh tel [New about structural features of solids friction]. *Trenie i iznos* [Friction and wear], 1988, vol. 9, no. 6, pp. 965–974.
19. Alexeyev N.M. On the motion of material in the border layer in solid state friction. *Wear*, 1990, vol. 139, pp. 33–48.
20. Epifanov G.I. Zavisimost sily treniya ot normalnoy nagruzki [Dependence of friction force on basic load]. *Ob osnovnom zakone treniya. Sukhoye trenie* [About main law of friction. Dry friction], 1961, p. 204.
21. Knott J.F. *Fundamentals of fracture mechanics*. London, Butterworths, 1973. 273p.
22. Suh N.P., Sridharan P. Relationship between the coefficient of friction and the wear rate of metals. *Wear*, 1975, vol. 34, no. 3, pp. 291–299.
23. Suh N.P. *Tribophysics*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1986. 498 p.
24. Pozhbelko V.I. Novye analiticheskie zakony i universalnye konstanty predelnogo treniya i iznosa treniya tverdykh tel [New analytical laws and universal constants of ultimate friction and friction wear of solids]. *Trenie, iznos, smazka* [Friction, wear, lubrication], 2010, vol. 13, no. 43, pp. 1–9.
25. Armstrong-H'elouvy B., Dupont P., Canudas de Wit C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 1994, no. 30, pp. 1083–1138.
26. Dahl P.R. *A solid friction model*. The Aerospace Corporation. Technical report TOR-0158(3107-18)-1, 1968. 31 p.
27. Dahl, P.R. *Measurement of solid friction parameters of ball bearings*. The Aerospace Corporation. Interim report TR-0077(2901-03)-3, 1977. 25 p.
28. Gafvert M. Comparisons of two dynamic friction models. *Proc. 1997 IEEE International Conference on Control Applications*, Hartford, CT, 1997, pp. 386–391.
29. Dupont P., et al. Single state elastoplastic friction models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, no. 47(5), pp. 787–792.
30. Swevers J., et al. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, no. 45(4), pp. 675–686.
31. Lampaert V., Swevers J., Al-Bender F. Modification of the leuven integrated friction model structure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, no. 47(4), pp. 683–687.
32. Sosnovskiy L.A. *Mekhanika iznosoustalostnogo povrezhdeniya* [Mechanics of wear-fatigue damage]. Gomel, Beloruskiy gosudarstvennyy universitet transporta Publ., 2007. 434 p.
33. Sherbakov S.S., Sosnovskiy L.A. *Mekhanika tribofaticheskikh sistem* [Mechanics of tribo-fatigue systems]. Minsk, Belorusskiy gosudarstvennyy universitet Publ., 2011. 407 p.
34. Kragelskiy I.V., Dobychin M.N., Kombalov V.S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos* [Fundamentals of calculations on friction and wear]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 528 p.
35. Sosnovskiy L.A., Troshchenko V.T., Makhutov N.A., Gao Wang Zheng, Bogdanovich A.V., Sherbakov S.S. *Iznosoustalostnye povrezhdeniya i ikh prognozirovaniye (tribofatika)* [Wear-fatigue damages and their prediction (tribo-fatigue)]. Gomel, Kiev, Moscow, Wuhan, 2001. 170 p.
36. Sosnovskiy L.A. Zakon treniya: ot tribologii k tribofatike. Soobshchenie 1. Klassicheskiy zakon (sukhogo) treniya i neobkhodimost ego korektyrovki [Law of friction: from tribology to tribo-fatigue. Report 1. Classical law of (dry) friction and need for its adjustment]. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov* [Mechanics of machines, mechanisms and materials], 2019, no. 1(46), pp. 64–76.
37. *Trenie. Koeffitsienty treniya. Tribotekhnika – nauka o trenii* [Friction. Coefficient of friction. Tribology – the science of friction]. Available at: <https://dpva.ru/Guide/GuidePhysics/Frication/> (accessed 20 October 2018).
38. Bhushan B. *Modern tribology handbook*. Boca Raton, CRC Press, 2001. 1690 p.
39. Johnson K.L. *Contact Mechanics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1987. 452 p.
40. Vermeulen P.J., Johnson K.L. Contact of Non Spherical Bodies Transmitting Tangential Forces. *Journal of Applied Mechanics*, 1964, vol. 31, no. 2, pp. 338–340.
41. Ishlinskiy A.Yu. *Mekhanika: idei, zadachi, prilozheniya* [Mechanics: ideas, tasks, applications]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 624 p.
42. Goryacheva I.G. *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya* [Mechanics of friction interaction]. Moscow, Nauka Publ., 2001. 478 p.