



ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.028:620.173.24; 539.3

Л.М. ВАСИЛЬЕВ, д-р техн. наук, проф.

заведующий отделом проблем разрушения горных пород¹

E-mail: vleonid1937@gmail.com

М.А. ЖУРАВКОВ, д-р физ-мат. наук, проф.

заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики²

E-mail: zhuravkov@bsu.by

Д.Л. ВАСИЛЬЕВ, д-р техн. наук

старший научный сотрудник¹

E-mail: vdl_2007@mail.ru

Н.Г. МАЛИЧ, канд. техн. наук, доц.

доцент кафедры машин и агрегатов металлургического производства³

E-mail: n22051957m@gmail.com

А.Е. НАЗАРОВ

инженер II категории¹

E-mail: al.nazarov@outlook.com

¹Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, г. Днепр, Украина

²Белорусский государственный университет, г. Минск, Республика Беларусь

³Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепр, Украина

Поступила в редакцию 21.07.2020.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ СЖАТИИ

В статье приведена процедура совершенствования подхода к определению предела прочности образцов горных пород, базовым при этом является метод Л. Прандтля. В более ранних работах авторов данной статьи выполнено совершенствование метода Л. Прандтля применительно к горным породам, использовалось при этом общее алгебраическое уравнение расчета горизонтальных нормальных напряжений в зависимости от вертикальной составляющей и механических характеристик породы [2]. Здесь же авторы отказываются от допущения, что вытекающие из решения Л. Прандтля касательные контактные напряжения не зависят от абсциссы x и от переменных вертикальных напряжений в противоположность известному закону Кулона–Амонтона, согласно которому касательные напряжения прямо пропорциональны вертикальному давлению. В результате выполненных исследований уточнены закономерности распределения контактных нормальных и касательных напряжений в момент разрушения призматических образцов, позволившие разработать метод расчета предела прочности образцов с использованием трех показателей механических свойств: k_n — предела сопротивления материала сдвигу, ρ — угла внутреннего трения, f_c — коэффициента контактного трения. Данные характеристики могут быть установлены экспериментально простыми практическими исследованиями. Предложенный подход эффективен при построении запредельных кривых и диаграмм «напряжение — продольная деформация» горных пород в случае наличия контактного трения. Приведена сравнительная оценка предложенного метода расчета пределов прочности образцов при их разрушении с экспериментальными данными. Сравнение расчетных пределов прочности с экспериментальными данными свидетельствует о том, что относительная погрешность расчетов, согласно предложенному методу, существенно ниже относительной погрешности расчетов, выполненных с использованием метода Е.П. Ункова. Предлагаемый метод может быть рекомендован для практического применения.

Ключевые слова: горная порода, предел прочности, контактное трение, контактные напряжения, разрушение

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-85-91>

Введение. Система разрешающих уравнений для изучения предельного состояния твердого деформируемого тела в условиях плоской деформации (при отсутствии массовых сил) включает уравнения равновесия [1, 2]:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

и условие предельного состояния вида

$$\sigma_{xx} = 2k_n \sqrt{1 - \frac{\tau_{xy}^2}{k_n^2}} + \sigma_{yy}, \quad (2)$$

где σ_{xx} , σ_{yy} — горизонтальные и вертикальные компоненты тензора напряжений; τ_{xy} — компоненты касательных напряжений (x и y — абсцисса и ордината точки); k_n — предел сопротивления материала сдвигу.

В работах [3, 4] выполнено совершенствование и дана оценка применения методических подходов Л. Прандтля и Е.П. Унксова к расчету предела прочности образцов из различных материалов, главным образом из металлов. Отметим, что подход Е.П. Унксова базируется на теоретически недостаточно обоснованном соотношении вида

$$\frac{d\sigma_{yy}}{dx} = \frac{d\sigma_{xx}}{dx}. \quad (3)$$

Таким образом, если брать в расчет (3), то метод Е.П. Унксова основан на решении одного обыкновенного уравнения вместо двух дифференциальных уравнений в частных производных. В тех же работах [3, 4] приведено решение Л. Прандтля, полученное при следующем введенном ограничении: $\sigma_{yy} = \sigma_{xx}$, но при выполнении двух дифференциальных уравнений равновесия в частных производных.

При изучении свойств металлов оба подхода (решение одного обыкновенного уравнения (3) и одного алгебраического уравнения (2) вместо двух дифференциальных уравнений (1) и уравнения (2)) используют только в случае максимального значения коэффициента контактного трения для металлов, равного 0,5. Для горных пород данный коэффициент зачастую достигает предельных значений [5]. Кроме того, горные породы обладают еще и внутренним трением.

Следует отметить, что в публикациях по механике горных пород и массивов ранее данный вопрос уже затрагивался неоднократно [6–11]. Так, в работах [7–9] предпринята попытка разработки подхода к построению аналитических предельных кривых разрушения [1] в виде функции прочности σ_c образца от величины деформации ϵ после образования первой макротрещины за «класси-

ческим» пределом прочности образца. Сформулированы условия на границах раздела областей упругого, пластического и запредельного деформирования. Показано, что в задаче о трещине при бесконечном значении модуля спада вместо падения максимального касательного напряжения наблюдается его неограниченный рост. Однако изложенных положений недостаточно для построения запредельных кривых и диаграмм «напряжение — продольная деформация», тем более в случае наличия контактного трения. К сожалению, нам не удалось обнаружить публикации с построенными упомянутыми диаграммами в конечном виде.

В работе [12] выполнено совершенствование метода Л. Прандтля применительно к горным породам. Для этого авторами использовано общее алгебраическое уравнение расчета горизонтальных нормальных напряжений в зависимости от вертикальной составляющей и механических характеристик породы [13–15]:

$$\sigma_{xx} = \frac{2(k_n + \mu\sigma_{yy})}{\cos \rho} (\sin \rho - \sqrt{1 - b^2}) + \sigma_{yy}, \quad (4)$$

где $\mu = \operatorname{arctg} \rho$ — коэффициент внутреннего трения; $b = \tau_c / (k_n + \mu\sigma_{yy})$.

С учетом коэффициента внутреннего трения, на основании решения Л. Прандтля, получена следующая система уравнений [12, 15]:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{2\tau_c}{h_1} x + \frac{2(k_n + \mu\sigma_{yy})}{\cos \rho} (\sin \rho - \sqrt{1 - b^2}) + C_a; \\ \sigma_{yy} = \frac{2\tau_c}{h_1} x + C_a; \\ \tau_{xy} = \tau_c \left(1 - \frac{2y}{h_1} \right), \end{cases} \quad (5)$$

где τ_c — контактные касательные напряжения; σ_{xx} и σ_{yy} — текущие значения компонент горизонтальных и вертикальных нормальных напряжений; a_1 и h_1 — длина и высота образца соответственно; C_a — постоянная интегрирования.

Целью данной работы является уточнение выражений для распределения контактных нормальных и касательных напряжений в момент разрушения образцов горных пород и дальнейшего развития метода расчета предела прочности образцов с использованием только трех показателей механических свойств: k_n — предела сопротивления материала сдвигу, ρ — угла внутреннего трения, f_c — коэффициента контактного трения. При этом принципиальным является отказ от допущения, что вытекающие из решения Л. Прандтля

касательные контактные напряжения не зависят от абсциссы x и от переменных вертикальных напряжений в противоположность известному закону Кулона–Амонтона, согласно которому касательные напряжения прямо пропорциональны вертикальному давлению.

Развитие метода расчета предела прочности образцов горных пород. Выполним процедуру дальнейшего совершенствования подходов к определению предела прочности образцов, изложенных в работах [2–4, 12–14].

В качестве исходного объекта рассматривается образец под действием нормальной нагрузки. Вследствие деформирования форма образца становится «нормально выпуклой» (рисунок 1), поэтому удовлетворяются условия парности касательных напряжений в угловых областях. Согласно закону Кулона, разрушение происходит по траекториям максимальных эффективных касательных напряжений (ТМЭКН).

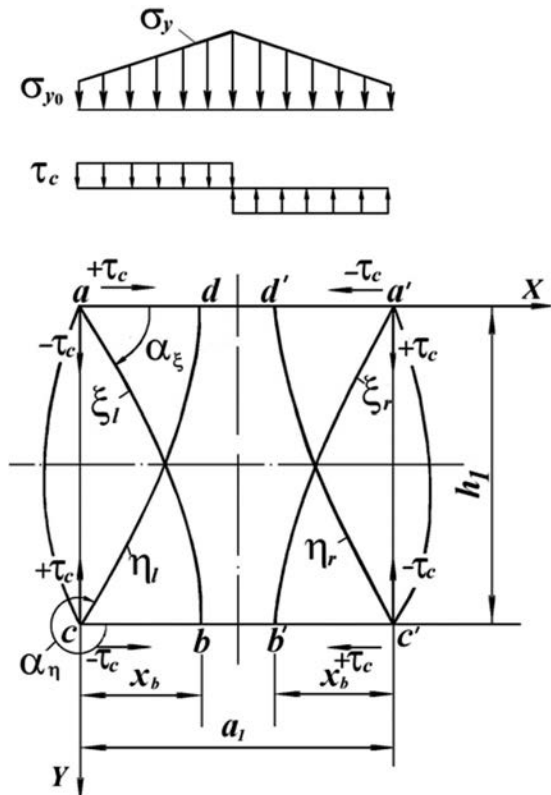


Рисунок 1 — Схемы внешних нагрузок и ТМЭКН (ТМЭКН ξ и ТМЭКН η) в левой и правой частях образца:
 σ_{y0} , σ_y и τ_c — контактные угловые, текущие нормальные и касательные напряжения; ξ_l , η_l и ξ_r , η_r — левые и правые ТМЭКН соответственно; a_1 и h_1 — длина и высота образца; a , a' , c , c' и b , b' , d , d' — начальные и конечные точки ТМЭКН ξ и ТМЭКН η соответственно; α_ξ и α_η — углы наклона ТМЭКН ξ и ТМЭКН η

Figure 1 — Scheme of external loads and trajectories of maximum effective shear stresses (TMESS ξ and TMESS η) in the left and right parts of the sample:
 σ_{y0} , σ_y and τ_c — contact angular, current normal and tangential stresses; ξ_l , η_l and ξ_r , η_r — left and right TMESS, respectively; a_1 and h_1 — length and height of the sample; a , a' , c , c' and b , b' , d , d' — start and end points of TMESS ξ and TMESS η respectively; α_ξ and α_η — tilt angles of TMESS ξ and TMESS η

Знак касательных напряжений, согласно известному правилу знаков касательных напряжений, на левой верхней вертикальной четверти образца до горизонтальной оси симметрии принимаем положительным, на правой — отрицательным. На нижней половине знаки симметрично обратные.

В работах [3, 4] используется второе уравнение из решения Л. Прандтля, которое, в сущности, сводится к условию (3) Е.П. Ункова. Выкажем сомнение по поводу того, что для горных пород использование такого допущения является корректным (т. е. что вытекающие из решения Л. Прандтля касательные контактные напряжения не зависят от абсциссы x и от переменных вертикальных напряжений в противоположность известному закону Кулона–Амонтона, согласно которому касательные напряжения прямо пропорциональны вертикальному давлению). Поэтому *откажемся от условия (3)*.

Продифференцируем по x первое уравнение системы (5):

$$\frac{d\sigma_{yy}}{dx} = \left(\frac{2\tau_c}{h} + \frac{2\mu}{\cos\rho} (\sin\rho - \sqrt{1-b_a^2}) \right) \frac{d\sigma_{yy}}{dx} + \frac{2b_a(k_n + \mu\sigma_{yy})}{\cos\rho\sqrt{1-b_a^2}} \cdot \frac{d\sigma_a}{dx}. \quad (6)$$

Контактные касательные напряжения, согласно закону Кулона–Амонтона, равны:

$$\tau_c = f\sigma_{yy}. \quad (7)$$

Производная от b_a по x , согласно (4) и (6), равна:

$$\frac{db_a}{dx} = \frac{f - \mu b_a}{k_n + \mu b_{yy}} \cdot \frac{d\sigma_{yy}}{dx}. \quad (8)$$

Тогда выражение (6) принимает такой окончательный вид:

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} = \left[\frac{2f\sigma_{yy}}{h} + 2\mu^2 + \left(\frac{2(fb_a - \mu)}{\cos\rho\sqrt{1-b_a^2}} \right) \right] \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial x}. \quad (9)$$

Обозначив выражение в больших скобках через u , получаем:

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dx} = u \cdot \frac{d\sigma_{yy}}{dx}. \quad (10)$$

Используя первое дифференциальное уравнение равновесия (1), имеем:

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dx} = u \cdot \frac{d\sigma_{yy}}{dx} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} = 0. \quad (11)$$

Касательные напряжения τ_{xy} по мере удаления от каждой из контактных поверхностей по абсолютной величине уменьшаются и при $y = 0,5 \cdot h_1$ обращаются в ноль, как на оси симметрии. Поэтому τ_{xy} можно выразить в виде:

$$\tau_{xy} = \tau_c \left(1 - \frac{2y}{h_1} \right). \quad (12)$$

Тогда

$$\frac{d\tau_{xy}}{dy} = -\frac{2\tau_c}{h_1} = \frac{2f\sigma_{yy}}{h_1}. \quad (13)$$

Подставив выражение (13) в (11), имеем:

$$\frac{d\sigma_{yy}}{\sigma_{yy}} = \frac{2f}{u \cdot h_1} \cdot dx. \quad (14)$$

После интегрирования:

$$\ln \sigma_{yy} = \frac{2f \cdot x}{u \cdot h_1} + \ln C. \quad (15)$$

Из (15) следует:

$$\sigma_{yy} = C \cdot \exp\left(\frac{2f \cdot x}{u \cdot h_1}\right). \quad (16)$$

При $x = 0$: $\sigma_{yy} = \sigma_{y0}$, где σ_{y0} — нормальное напряжение в угловой точке. Тогда:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{y0} \cdot e^{\frac{2f \cdot x}{u \cdot h_1}}. \quad (17)$$

На основании (17) можем записать следующее представление для касательных напряжений:

$$\tau_c = f\sigma_{y0} \cdot e^{\frac{2f \cdot x}{u \cdot h_1}}. \quad (18)$$

Используя (17), удельное усилие (предел прочности) на контактной плоскости образца составляет:

$$p = \frac{2\sigma_{y0}}{a_1} \left(\int_0^{t_x} \exp\left(\frac{2f \cdot t_x}{h_1 u}\right) dt_x \right) = \sigma_{y0} \frac{h_1 u}{f \cdot a_1} \left(\exp\left(\frac{f \cdot a_1}{h_1 u}\right) - 1 \right), \quad (19)$$

где $t_x = \frac{a_1}{2} - x_\xi$.

Используя новое, более точное, по сравнению с известным распределением по Е.П. Унксову, соотношение (18) между контактными нормальными и касательными напряжениями, выполним сравнение расчетов предела прочности образца для усеченно-клиновой формы его разрушения (рисунок 2). Позаимствуем из книги [2] схемы раз-

вития трещин по ТМЭКН для усеченно-клиновой формы разрушения образцов.

Как следует из формулы (17), для определения предела прочности необходимо знать значение нормальных напряжений в угловой точке a в момент образования трещины. Нормальное напряжение в этой точке определяется следующим выражением [2]:

$$\sigma_{y_\xi} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\kappa_n (1 + \mu d) (1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2}) \cdot \exp(2\mu(\beta_\xi + \beta_{b(c)}))}{1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2}} - \kappa_b \right), \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{f \cdot \sigma_{yy}}{\kappa_n + \mu \sigma_{y_\xi}} \right); \\ \kappa_b &= \frac{(\kappa_n + \mu \sigma_{y_\xi}) (1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2})}{((1 + \mu d) (1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2}) (-4\mu \beta_b))}; \\ b_\xi &= \frac{f \left(1 - \frac{2y}{h_1} \right) \cdot \sigma_{y_\xi} \cdot \exp\left(\frac{2f \cdot x_\xi}{u h_1}\right)}{\kappa_n + \mu \sigma_{y_\xi} \cdot \exp\left(\frac{2f \cdot x_\xi}{u h_1}\right)}; \\ b_b &= \frac{f \cdot \sigma_{y_\xi} \cdot \exp\left(\frac{2f \cdot x_b}{u h_1}\right)}{\kappa_b + \mu \sigma_{y_\xi} \cdot \exp\left(\frac{2f \cdot x_b}{u h_1}\right)}; \\ \beta_\xi &= \frac{1}{2} \arctg \frac{b_\xi \cdot \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_\xi^2}}; \\ \beta_b &= \frac{1}{2} \arctg \frac{b_b \cdot \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_b^2}}, \end{aligned}$$

здесь κ_b — эффективное касательное напряжение в точке b ; b_ξ — параметр контактного трения на ТМЭКН ξ ; b_b — параметр трения в точке b ; β_ξ — угол поворота ТМЭКН ξ от контактного трения в вершине трещины; β_b — угол поворота ТМЭКН ξ от контактного трения в точке b .

Как видно, уравнение (20) в явном виде неразрешимо, т. к. часть выражений является трансцендентным. В связи с этим, определение предела прочности образцов при усеченно-клиновой форме разрушения с использованием уравнения (20) производилось методом итераций.

В таблице приведено сравнение расчетных, согласно формуле (20), значений пределов прочности образцов с экспериментальными данными, полученными при одноосном сжатии кубических образцов при соотношении сторон, равном единице (заимствованы из [2], [15]). Для оценки достоверности результатов расчета следовали рекомендациям ГОСТ 21153.2-84 [16].

Сравнение расчетных пределов прочности с экспериментальными данными свидетельствует, что относительная погрешность расчета состав-

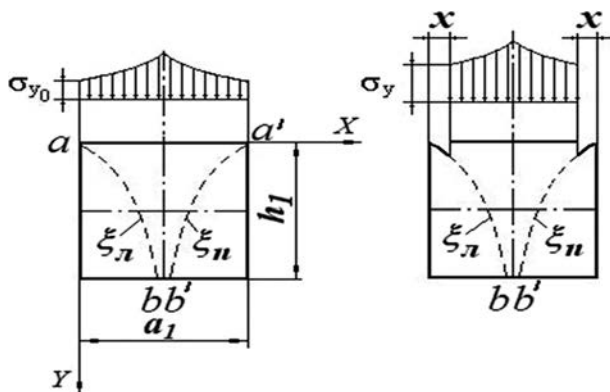


Рисунок 2 — Схемы развития трещин по ТМЭКН ξ при экспоненциальной эпюре контактных нормальных нагрузок согласно формуле (17)

Figure 2 — Schemes of crack development according to TMESS ξ with exponential diagram of contact normal loads according to the formula (17)

Таблица — Сопоставление расчетных пределов прочности образцов с экспериментальными данными
Table — Comparison of the calculated ultimate strength of the samples with experimental data

Тип породы	Экспериментальные данные [2]			Расчетные		Данные из [15]
	k_n , МПа	ρ , рад	σ , МПа	σ , МПа	Относительная погрешность	
Руда магнетитовая	22	40	117	118	0,008	67
Монцитонит	24	40	127	128	0,007	105
Монцитонит	60	41	260	327	0,257	104
Руда магнетитовая	15	42	97	84,2	0,132	67
Монцитонит	8,5	41	47	47	0	103
Песчаник	16,5	42	126	92,8	0,263	145
Алевролит	9,2	42	60,5	54,2	0,104	208
Алевролит	9,6	43	62	54,3	0,124	145
Кварц	12,5	44	100	73,3	0,267	103
Руда магнетитовая	10	46	86,1	61,5	0,268	67
Алевролит	53	45	255	314	0,232	145
Алевролит	5,33	45	37,5	32,6	0,131	209
Песчаник	17,4	49	126	114	0,095	161
Монцитонит	5,5	49	34,0	36,5	0,074	104
Песчаник	9,72	50	80,5	65,5	0,186	145
Монцитонит	5,2	51	33	35	0,061	105
Монцитонит	7,5	52	48	54,4	0,133	103
Монцитонит	28,0	52	164	194	0,183	104
Монцитонит	10,5	52	69	70,7	0,025	104
Средняя относительная погрешность расчета					0,135	—

ляет 0,135, что существенно ниже относительной погрешности расчета 0,177, рассчитанной авторами при тех же исходных данных методом Е.П. Унксова.

Выводы. В статье описан подход совершенствования метода расчета контактных нормальных и касательных напряжений, позволяющий повысить сходимость расчета предела прочности образцов горных пород. Выполнено совершенствование критерия прочности Кулона путем введения в него контактного трения для построения обобщенного критерия прочности, пригодного для пластичных и хрупких материалов. В качестве базовой используется теория линий скольжения теории пластичности, развитая авторами статьи применительно к горным породам и называемая теорией траекторий максимальных эффективных касательных напряжений [2]. Особенностью последней является введение дополнительно в качестве определяющего параметра внутреннего трения согласно критерию прочности Кулона. В отличие от своих более ранних работ, авторы здесь отказываются от допущения, что вытекающие из решения Л. Прандтля касательные контактные напряжения не зависят от абсциссы x и от переменных вертикальных напряжений в противоположность известному закону Кулона—Амонтона.

В результате достигнута основная цель исследований — уточнены закономерности распределения контактных нормальных и касательных напряжений в момент разрушения образцов горных пород, что позволило разработать метод расчета предела прочности образцов с использованием только трех показателей механических свойств: k_n — предела сопротивления материала сдвигу, ρ — угла внутреннего трения, f_c — коэффициента контактного трения.

Предлагаемый метод расчета предельного состояния горных пород имеет высокую сходимость с экспериментальными данными при разрушении образцов правильной геометрии и построении запредельных кривых диаграмм «напряжение — продольная деформация» при одноосном сжатии и может быть рекомендован для практического применения при наличии численных значений всего трех указанных показателей их физико-механических свойств, что представляется важным, особенно при выполнении прикладных исследований, т. к. эти показатели могут быть легко определены простыми способами непосредственно в лабораториях горнодобывающих предприятий. Поэтому считаем, что предлагаемый метод может быть рекомендован для практического применения.

Список литературы

1. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов) / М.А. Журавков. — Минск: БГУ, 2002. — 456 с.
2. Механика образования форм разрушения образцов горных пород при их сжатии: монография / Л.М. Васильев [и др.]. — Дніпро: ИМА-пресс, 2018. — 175 с.
3. Громов, Н.П. Теория обработки металлов давлением / Н.П. Громов. — М: Металлургия, 1967. — 340 с.
4. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. — М.: Машиностроение, 1967. — 423 с.
5. Барон, Л.И. Характеристики трения горных пород / Л.И. Барон. — М.: Наука, 1967. — 272 с.
6. Петухов, И.М. Механика горных ударов и выбросов / И.М. Петухов, А.М. Линьков. — М.: Недра, 1983. — 279 с.
7. Ставрогин, А.Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. — М.: Недра, 1985. — 271 с.
8. Чанышев, А.И. Характеристики и соотношения на характеристиках на запредельной стадии деформирования горных пород / А.И. Чанышев, И.М. Абдулин // ФТПРПИ. — 2008. — № 5. — С. 27–41.
9. Чанышев, А.И. Запредельное деформирование материалов при антиплоской деформации и его учет в задаче о распространении прямолинейной полубесконечной трещины // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: материалы 20-й междунар. науч. школы / А.И. Чанышев; Таврич. нац. ун-т им. В.И. Вернадского. — Симферополь, 2010. — С. 349–354.
10. Обоснование методов расчета контактных напряжений при сжатии горных пород / Д.Л. Васильев [и др.] // Наук. вісник нац. гірн. ун-ту. — Дніпропетровськ: НГУ України. — 2010. — № 9–10. — С. 56–60.
11. Васильев, Д.Л. Расчет предела прочности хрупких материалов с учетом внутреннего трения / Д.Л. Васильев, Л.Я. Локшина, Ю.А. Костандов // Геотехнич. механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. — Днепропетровск, 2010. — Вып. 82. — С. 199–206.
12. Васильев, Д.Л. Совершенствование метода расчета предела прочности горных пород при одноосном сжатии / Д.Л. Васильев // Геотехнич. механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. — Днепропетровск, 2013. — Вып. 108. — С. 106–111.
13. Васильев, Л.М. Теоретическое обоснование формирования горизонтальных нормальных напряжений в массивах горных пород / Л.М. Васильев, Д.Л. Васильев // ФТПРПИ. — 2013. — № 2. — С. 81–90.
14. Vasil'ev, L.M. Theoretical ground for origination of normal horizontal stresses in rock masses / L.M. Vasil'ev, D.L. Vasil'ev // Journal of Mining Science. — 2013. — Vol. 49, No. 2. — Pp. 240–247.
15. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород / под ред. Н.В. Мельникова, В.В. Ржевского, М.М. Протодьяконова. — М.: Недра, 1975. — 279 с.
16. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии (с Изменениями № 1, 2): ГОСТ 21153.2-84. — Взамен ГОСТ 21153.2-75; введ. 01.07.86. — М.: Изд-во стандартов, 2001. — 15 с.

VASIL'EV Leonid M., D. Sc. in Eng., Prof.

Head of the Department of Rock Destruction Issues¹

E-mail: vleonid1937@gmail.com

ZHURAVKOV Michael A., D. Sc. in Phys. and Math., Prof.

Head of the Department of Theoretical and Applied Mechanics²

E-mail: zhuravkov@bsu.by

VASIL'EV Dmitriy L., D. Sc. in Eng.

Senior Researcher¹

E-mail: vdl_2007@mail.ru

MALICH Mykola G., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Associate Professor of the Department of Metallurgical Production Machines and Units³

E-mail: n22051957m@gmail.com

NAZAROV Oleksandr E.

Second Category Engineer¹

E-mail: al.nazarov@outlook.com

¹Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Sciences of Ukraine, Dnipro, Ukraine

²Belarussian State University, Minsk, Republic of Belarus

³National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine

Received 21 July 2020.

DEVELOPMENT OF CALCULATION METHOD FOR TENSILE STRENGTH OF ROCK SAMPLES UNDER COMPRESSION

The paper describes a procedure for improving the approach to determining the ultimate strength of rock samples, the basic method is L. Prandtl's method. In earlier works of the authors of this paper, the L. Prandtl's method was improved in relation to rocks, using a general algebraic equation for calculating horizontal normal stresses depending

on the vertical component and mechanical characteristics of the rock. Here, the authors reject the assumption that the tangent contact stresses resulting from L. Prandtl's solution do not depend on the abscissa x and on the variable vertical stresses, in contrast to the well-known Coulomb–Amonton law, according to which the tangent stresses are directly proportional to the vertical pressure. The regularities of contact normal and tangential stresses distribution at failure of prismatic samples are clarified. As result, the method was developed for calculating the tensile strength of samples with three characteristic values of mechanical properties: k_m , yield strength of material in shear; ρ , angle of internal friction; f_c , coefficient of contact friction. These characteristics can be established experimentally by simple experimental studies. The proposed approach is effective for constructing ultimate curves and diagrams of “stress — longitudinal strain” of rocks in the case of contact friction. A comparative evaluation is given for the proposed method for calculating the tensile strength of samples during their destruction with experimental data. Comparison of the calculated tensile strength with experimental data shows that the relative error of calculations according to the proposed method is significantly lower than the relative error of calculations performed using the E. Unksov's method. The proposed method can be recommended for practical application.

Keywords: rock, tensile strength, contact friction, contact stresses, fracture

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-85-91>

References

1. Zhuravkov M.A. *Matematicheskoe modelirovanie deformatsionnykh protsessov v tverdykh deformiruemyykh sredakh (na primere zadach mekhaniki gornyykh porod i massivov)* [Mathematical modeling of deformation processes in solid deformable media (on the example of problems of rocks and massifs mechanics)]. Minsk, Belorusskiy gosudarstvennyy universitet Publ., 2002. 456 p. (in Russ.).
2. Vasil'ev L.M., Vasil'ev D.L., Malich N.G., Angelovskiy A.A. *Mekhanika obrazovaniya form razrusheniya obraztsov gornyykh porod pri ikh szhatii* [Mechanics of formation of rock destruction of samples during compression]. Dnipro, IMA-press Publ., 2018. 175 p. (in Russ.).
3. Gromov N.P. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal processing by pressure]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1967. 340 p. (in Russ.).
4. Storozhev M.V., Popov E.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal processing by pressure]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 423 p. (in Russ.).
5. Baron L.I. *Kharakteristiki treniya gornyykh porod* [Friction characteristics of rocks]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 272 p. (in Russ.).
6. Petukhov I.M., Linkov A.M. *Mekhanika gornyykh udarov i vybrosov* [Mechanics of rock impacts and emissions]. Moscow, Nedra Publ., 1983. 279 p. (in Russ.).
7. Stavrogin A.N., Protosenya A.G. *Prochnost gornyykh porod i ustoyчивost vyrabotok na bolshikh glubinakh* [Strength of rocks and stability of mine workings at great depths]. Moscow, Nedra Publ., 1985. 271 p. (in Russ.).
8. Chanyshv A.I., Abdulin I.M. *Kharakteristiki i sootnosheniya na kharakteristikakh na zapredelnoy stadii deformirovaniya gornyykh porod* [Characteristics and the relations on them at the stage of post-limit deformation in rocks]. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 2008, no. 5, pp. 27–41 (in Russ.).
9. Chanyshv A.I. *Zapredelnoe deformirovanie materialov pri antiploskoy deformatsii i ego uchet v zadache o rasprostraneni pryamolineynoy polubeskonechnoy treshchiny* [Post-limit deformation of materials under antiplane deformation and its consideration in the problem of propagation of a rectilinear semi-infinite crack]. *Deformirovanie i razrushenie materialov s defektami i dinamicheskie yavleniya v gornyykh porodakh i vyrabotkakh. Materialy 20 Mezhdunarodnoy nauchnoy shkoly* [Deformation and destruction of materials with defects and dynamic phenomena in rocks and workings. Proc. 20th International scientific school]. Simferopol, 2010, pp. 349–354 (in Russ.).
10. Vasil'ev D.L., Us Yu.M., Kostandov Yu.A., Potapenko A.A., Angelovskiy A.A., Chugunkov I.F. *Obosnovanie metodov rascheta kontaktnykh napryazheniy pri szhatii gornyykh porod* [A substitution of calculation methods for a contact stresses rock compression]. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 2010, no. 9–10, pp. 56–60 (in Russ.).
11. Vasil'ev L.M., Lokshina L.Y., Kostandov U.A. *Raschet predela prochnosti khrupkikh materialov s uchetom vnutrennego treniya* [Calculation of the tensile strength of brittle materials taking into account internal friction]. *Geo-technical mechanics*, 2010, iss. 82, pp. 199–206 (in Russ.).
12. Vasil'ev D.L. *Sovershenstvovanie metoda rascheta predela prochnosti gornyykh porod pri odnoosnom szhatii* [Improving the method for calculating the tensile strength of rocks under uniaxial compression]. *Geo-technical mechanics*, 2013, iss. 108, pp. 106–111 (in Russ.).
13. Vasil'ev L.M., Vasil'ev D.L. *Teoreticheskoe obosnovanie formirovaniya gorizontalnykh normalnykh napryazheniy v massivakh gornyykh porod* [Theoretical ground for origination of normal horizontal stresses in rock masses]. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 2013, no. 2, pp. 81–90 (in Russ.).
14. Vasil'ev L.M., Vasil'ev D.L. *Theoretical ground for origination of normal horizontal stresses in rock masses*. *Journal of mining science*, 2013, vol. 49, no. 2, pp. 240–247.
15. *Spravochnik (kadastr) fizicheskikh svoystv gornyykh porod* [Reference book (cadaster) of physical properties of rocks]. Moscow, Nedra Publ., 1975. 279 p. (in Russ.).
16. State Standard 21153.2-84. *Porody gornye. Metody opredeleniya predela prochnosti pri odnoosnom szhatii (s Izmeneniyami No. 1, 2)* [Rocks. Methods for determining the strength limit under uniaxial compression (with Amendments no. 1, 2)]. Moscow, Standartov Publ., 2001. 15 p. (in Russ.).